Καραγεώργος Βασίλειος (Α.Μ.: 11469)
Κωστήρης Νίκος (Α.Μ.: 98126)
Νικολόπουλος Κώστας (Α.Μ.: 200000193)

Εργασία στην Πυρηνική Φυσική Ι

Η Δομή των Αδρονίων

Καθηγητές:
Κ. Ν. Παπανικόλας
Ε. Μαυρομμάτη

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 1 Οι Δομικοί Λίθοι της Ύλης

1.0 Ιστορική αναδρομή

1.1 Σύγχρονη άποψη: Το Καθιερωμένο Μοντέλο

Κεφάλαιο 2 Δομή Αδρονίων

2.0 Εισαγωγή

2.1 Χρώμα: Το φορτίο των Πυρηνικών Αλληλεπιδράσεων – Κβαντική Χρωμοδυναμική

2.2 Η Αναγκαιότητα Τριών Χρωμάτων – Το χρώμα των Αδρονίων

2.3 Δουλεύοντας με Quark και Γλουόνια – Η Μάζα των Quark και η Χειραλική Συμμετρία

2.4 Δουλεύοντας με Νουκλεόνια – Από τα Quark στους Πυρήνες – Μεσονική Θεωρία

Κεφάλαιο 3 Το Σχήμα των Αδρονίων

3.0 Το Σχήμα των Αδρονίων

3.1 Θεωρητικά και φαινομενολογικά μοντέλα

3.2 Πειραματικές μέθοδοι διερεύνησης

Κεφάλαιο 4 Παράγοντες Μορφής & Συναρτήσεις Δομής

4.0 Εισαγωγή

4.1 Πυρηνικός Παράγοντας Μορφής

4.1.1 Κατανομή Πυκνότητας – Πυρηνικός Παράγοντας Μορφής

4.1.2 Η ενεργός Διατομή Ελαστικής Σκέδασης και το Φυσικό Νόημα του Παράγοντα Μορφής

4.1.3 Ακτίνα Φορτίου
4.1.4 Η ενεργός διατομή του Mott
4.2 Παράγοντας Μορφής Νουκλεονίου
4.2.1 Ο Τύπος του Rosenbluth
4.2.2 Η ακτίνα του Νουκλεονίου
4.3 Συναρτήσεις Δομής
4.3.1 Βαθιά Ανελαστική Σκέδαση Ηλεκτρονίου – Πρωτονίου
4.3.2 Κατανομή των Quark μέσα στο Πρωτόνιο
4.3.3 Και τα γλουόνια;
4.4 Πειραματικές Μετρήσεις των Παραγόντων Μορφής
4.5 Πως το μοντέλο των παρτονίων εξηγεί τα πειραματικά δεδομένα

1

Οι Δομικοί Λίθοι της Ύλης

1.0 Ιστορική αναδρομή

Η ύπαρξη ενός θεμελιώδους και αδιαίρετου σώματος, από το οποίο δημιουργείται – χτίζεται – η ύλη, απασχόλησε τον άνθρωπο από τότε που προσπάθησε να ερμηνεύσει τον κόσμο γύρω του με τη λογική σκέψη. Ήδη από τον 6ο αιώνα π.Χ. οι έλληνες φιλόσοφοι, όπως ο Εμπεδοκλής και ο Δημόκριτος, με μόνο εργαλείο τον στοχασμό, διατύπωσαν αρκετές απόψεις, με κυρίαρχη την άποψη πως τα έσχατα συστατικά της ύλης, τα «άτομα» όπως τα αποκάλεσαν, σχηματίζουν με διάφορους μεταξύ τους συνδυασμούς, όλα όσα βλέπουμε γύρω μας. Μέχρι και το τέλος του δέκατου ένατου αιώνα, η εικόνα του Δημόκριτου για το άτομο σαν τελική υπόσταση της ύλης ουσιαστικά δεν είχε διαφοροποιηθεί

Δεν είναι παρά με την είσοδο του εικοστού αιώνα που τα πράγματα πια άλλαξαν. Το θέμα είναι πια κτήμα της επιστήμης της Φυσικής και όχι της Φιλοσοφίας. Η μέθοδος του πειράματος σε συνδυασμό με την θεωρία, “trial and error” όπως ονομάζεται, μας επέτρεψε να μετατρέψουμε τις εικασίες σε εμπεριστατωμένα, αναμφισβήτητα γεγονότα. Η χρήση των μαθηματικών απεδείχθη θριαμβευτική και θεωρείται πια αναγκαία, καθώς φαίνεται ότι είναι η κατάλληλη γλώσσα για την περιγραφή του Κόσμου[1]. Το γεγονός αυτό βέβαια δεν ακυρώνει τα πρότερα επιτεύγματα, αλλά θα πρέπει να θεωρηθεί ως μια επέκτασή τους, καθώς η γλώσσα των μαθηματικών περιλαμβάνει πλήρως στο

[1] «Κόσμος» είναι μια ονομασία που έδωσε ο Πυθαγόρας στην ολότητα που σήμερα αναφερόμαστε με τον όρο Σύμπαν, επειδή αυτή είναι τέλεια και «κοσμημένη» με άπειρη ομορφιά και έμβια όντα.

συντακτικό της σαν ένα υποσύνολο την Λογική, που είναι και ο πυρήνας της Φιλοσοφίας.

Καρπός των πρώτων προσπαθειών, λοιπόν, του εικοστού αιώνα ήταν ότι το άτομο τελικά δεν είναι πράγματι «άτομο» με την κυριολεκτική έννοια του όρου, αλλά μάλλον έχει υποδομή. Γύρω στα 1935 τα στοιχειώδη σωμάτια ήσαν τέσσερα: το πρωτόνιο, το νετρόνιο, το ηλεκτρόνιο και το νετρίνο. Τα πρωτόνια και τα νετρόνια είναι τα συστατικά του πυρήνα, τα ηλεκτρόνια περιφέρονται περί τον πυρήνα και τα νετρίνο εκπέμπονται μαζί με την ακτινοβολία β από ορισμένους ραδιενεργούς πυρήνες. Η ειδυλλιακή αυτή εικόνα όμως άλλαξε δραματικά τα τελευταία σαράντα χρόνια, με την λειτουργία των μεγάλων επιταχυντών σωματιδίων.

Βρέθηκε ότι το πρωτόνιο και το νετρόνιο είναι μέλη μιας μεγάλης οικογένειας σωματίων που ονομάζονται **αδρόνια**. Καθώς τα πειράματα στους επιταχυντές συνεχίζονταν, όλο και περισσότερα αδρόνια εμφανίζονταν και προς το τέλος της δεκαετίας του 60, γνωρίζαμε γύρω στα 100. Η κατάσταση φαινόταν ιδιαίτερα πεπλεγμένη και διαφάνηκε η ανάγκη να μπει μια τάξη στο επικρατούν χάος. Τότε είναι που έκανε την εμφάνισή του το **Καθιερωμένο Μοντέλο**.

1.1 Σύγχρονη άποψη: το Καθιερωμένο Μοντέλο.

Το Καθιερωμένο Μοντέλο (Standard Model) είναι ένα καλά δοκιμασμένο πρότυπο για τα στοιχειώδη σωμάτια της φύσης, το οποίο αναδύθηκε ύστερα από μελέτη της πληθώρας των σωματίων που ανακαλύφθηκαν τον περασμένο αιώνα. Η δημιουργία του βασίστηκε στην ίδια ιδέα που δημιούργησε τον περιοδικό πίνακα του Mendeleev: η ύπαρξη υποδομής των συστατικών. Χαρακτηριστικό της ύπαρξης υποδομής είναι η εμφάνιση συμμετριών και μοτίβων · ορισμένα χαρακτηριστικά τείνουν να επανεμφανίζονται με κάποια συγκεκριμένη περιοδικότητα.

Αποτέλεσμα αυτής της κατηγοριοποίησης του «ζωολογικού κήπου» των σωματίων ήταν η ελαχιστοποίηση των στοιχειωδών σωματίων της ύλης σε έξι είδη (γεύσεις) από λεπτόνια και έξι quark, τα οποία θεωρούνται πως δεν έχουν υποδομή και

	Ηλεκτρικό φορτίο	Γενιά 1	2	3
Κουάρκ	+2/3	u up m = 5 MeV	c charm m = 1.5 GeV	t top m = 174 GeV
	-1/3	d down m = 10 MeV	s strange m = 200 MeV	b bottom m = 4.7 GeV
Λεπτόνια	0	ν_e νετρίνο ηλεκτρονίου m ≅ 0	ν_μ νετρίνο μιονίου m ≅ 0	ν_τ νετρίνο ταυ m ≅ 0
	-1	e ηλεκτρόνιο m = 0.511 MeV	μ μιόνιο m = 105 MeV	τ ταυ m = 1784 MeV

Πίνακας 1.1.1 Τα στοιχειώδη σωματίδια της ύλης κατά το Καθιερωμένο Μοντέλο

πως είναι σημειακά. Όλα τα υπόλοιπα σωμάτια αποτελούνται από γραμμικούς συνδυασμούς των λεπτονίων ή των quark. Μεταξύ αυτών, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα αδρόνια, γραμμικοί συνδυασμοί τριών quark, καθώς τα quark αλληλεπιδρούν με την χρωματική δύναμη, της οποίας οι ιδιότητες δεν είναι ακόμα καλά γνωστές, για λόγους που θα αναφερθούν παρακάτω, σε αντίθεση με την ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση, της οποίας οι ιδιότητες είναι πολύ καλά γνωστές, ήδη από την δουλειά του Maxwell τον 19ο αιώνα.

Φαίνεται τελικά πως τα quark αποτελούν αυτό το πολυπόθητο έσχατο συστατικό του κόσμου μας, το πρόβλημα όμως είναι ότι δεν μπορούν να παρατηρηθούν ελεύθερα. Έτσι τα αδρόνια είναι τα πιο μικροσκοπικά ελεύθερα σωμάτια του σύμπαντος που μπορούμε να παρατηρήσουμε. Η μελέτη της δομής τους επομένως αποχτά κυρίαρχη σημασία. Φιλοδοξεί να αποκαλύψει τα ιδιαίτερα της ισχυρής αλληλεπίδρασης και συγχρόνως να δώσει εξηγήσεις για σχετικά θέματα των κλάδων της πυρηνικής και των υψηλών ενεργειών, τα οποία δεν μπορούν να εξηγηθούν καλώς και αναγκαστικά περιγράφονται σήμερα με φαινομενολογικά μοντέλα.

Εμείς, εδώ θα προσπαθήσουμε να κατανοήσουμε αυτή την δομή παραθέτοντας μερικά στοιχεία της σύγχρονης αδρονικής φυσικής, όπως είναι η κβαντική χρωμοδυναμική και οι συναρτήσεις δομής

2

Δομή Αδρονίων

2.0 Εισαγωγή

Είναι ένα αξιοσημείωτο δεδομένο της φύσης το γεγονός ότι η μέση απόσταση μεταξύ πρωτονίων και νετρονίων στο εσωτερικό του πυρήνα είναι περίπου ίση με την ακτίνα του πρωτονίου ή του νετρονίου (νουκλεόνια όπως συλλογικά λέγονται). Αυτό ανακαλύφτηκε εφαρμόζοντας μια γνωστή πειραματική τεχνική, την σκέδαση ηλεκτρονίων. Η «φωτογράφηση» ενός αντικειμένου με τη σκέδαση μιας δέσμης ηλεκτρονίων από αυτό είναι μια καλά θεμελιωμένη τεχνική στην φυσική. Τα ηλεκτρόνια, ιδωμένα ως υλικά κύματα, σκεδάζονται από στόχους που έχουν χαρακτηριστικό μέγεθος μικρότερο ή ίσο του μήκους κύματος de Broglie των ηλεκτρονίων, αρκεί οι στόχοι να είναι ηλεκτρικά φορτισμένοι, ώστε να υπάρχει αλληλεπίδραση. Με την τεχνική αυτή λοιπόν, μελετάμε την κατανομή του ηλεκτρικού φορτίου εντός τόσο του πυρήνα, όσο και του πρωτονίου, χρησιμοποιώντας δέσμες ηλεκτρονίων κατάλληλης ενέργειας (μήκους κύματος): όσο πιο ενεργητικά είναι τα ηλεκτρόνια, τόσο πιο «βαθιά» μπορούμε να δούμε στην δομή του στόχου.

Εξαιτίας της προαναφερθείσας σχέσης ακτίνων πυρήνα / νουκλεονίου, η εσωτερική δομή των πρωτονίων και των νετρονίων παίζει σημαντικό ρόλο στην πυρηνική φυσική: επηρεάζει και μπορεί ταυτόχρονα να επηρεαστεί από την κατανομή, την κίνηση και τις αλληλεπιδράσεις των νουκλεονίων

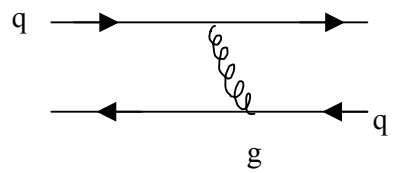
μέσα στην πυρηνική ύλη. Αυτή η αμοιβαία επιρροή αποκτά μεγαλύτερη σημασία όταν, σε σύγκριση με τις συνθήκες σε έναν συνηθισμένο πυρήνα, τα νουκλεόνια στοιβάζονται ακόμη περισσότερο, όπως συμβαίνει για παράδειγμα στους αστέρες νετρονίων, ή θερμαίνονται ακόμη περισσότερο, όπως συνέβαινε στα πρώτα στάδια της εξέλιξης του σύμπαντος.

Υπάρχουν ορισμένες αναλογίες στη δομή μεταξύ νουκλεονίων και πυρήνων. Και τα δυο είναι συστήματα που αποτελούνται από περισσότερα του ενός μικρότερα σωμάτια, τα οποία υφίστανται ισχυρές και σύνθετες αλληλεπιδράσεις. Ωστόσο, ένα μοναδικό χαρακτηριστικό της δομής των νουκλεονίων μας φέρνει αντιμέτωπους με προβλήματα που δεν συνάντησε κανείς πρωτύτερα μελετώντας πως είναι δομημένα τα στερεά, τα μόρια, τα άτομα ή οι πυρήνες. Τα σωμάτια – quark και γλουόνια – που φαίνεται να είναι τα τελικά συστατικά των νετρονίων και των πρωτονίων ποτέ δεν βρέθηκαν απομονωμένα και συνεπώς δεν μπορούν να μελετηθούν σε ελεύθερη κατάσταση. Μια επιτυχημένη λοιπόν θεωρία της δομής των νουκλεονίων πρέπει να βασιστεί σε αλληλεπιδράσεις μεταξύ quark και γλουονίων που είναι ικανές να τα κρατήσουν περιορισμένα μέσα στα νετρόνια, τα πρωτόνια, ή γενικότερα σε όλα τα ισχυρά αλληλεπιδρώντα σωμάτια που απαρτίζονται από quark και γλουόνια, τα λεγόμενα αδρόνια.

2.1 Χρώμα: Το Φορτίο των Πυρηνικών Αλληλεπιδράσεων – Κβαντική Χρωμοδυναμική

Παρ' όλο που είμαστε εξοικειωμένοι με την ιδέα ότι οι ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις συγκρατούν κάποιες δομές, όπως το άτομο του υδρογόνου (e^- p^+), ή το positronium (e^+ e^-), είναι ξεκάθαρο ότι η ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση δεν μπορεί να συγκρατήσει τα quark στα αδρόνια. Μια «ισχυρή» δύναμη λοιπόν, που να ξεπερνά την ηλεκτρομαγνητική άπωση των τριών (ομοίου φορτίου) u quark στο σωμάτιο Δ++, πρέπει να ευθύνεται για την δέσμευση των quark στα αδρόνια. Εξάλλου, η ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση δεν μπορεί να εξηγήσει το φαινόμενο του περιορισμού των quark στα πλαίσια του όγκου των αδρονίων, καθώς το δυναμικό της φθίνει με την απόσταση. Ορίζουμε λοιπόν το «χρωματικό φορτίο» ή χρώμα, το οποίο

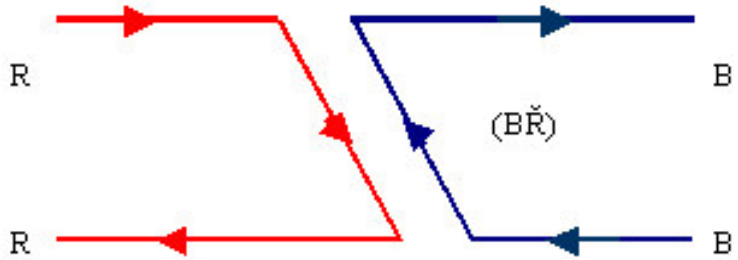
εμπλουτίζει τα quark με ένα νέο πεδίο (color field), καθιστώντας εφικτή αυτή την ισχυρή δέσμευση. Η αλληλεπίδραση μεταξύ δύο quark πραγματοποιείται με την ανταλλαγή ενός δυνητικού «γλουονίου» όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχ.2.1.1 Ανταλλαγή ενός δυνητικού γλουονίου μεταξύ δύο quark

Τα γλουόνια είναι τα κβάντα του ισχυρού πεδίου, τα οποία συγκρατούν τα quark μέσα στα νουκλεόνια και επίσης τα νουκλεόνια στους πυρήνες. Είναι χρήσιμο να ακολουθήσουμε την ροή του χρώματος, στο παραπάνω διάγραμμα. Αυτό φαίνεται με το διάγραμμα χρώματος.

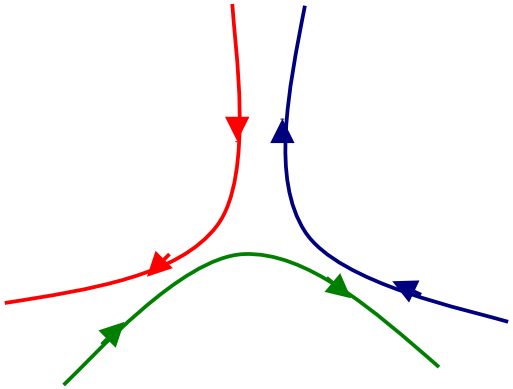
Το κόκκινο quark κινείται από τα αριστερά, καθώς το αντι-μπλε έρχεται από τα δεξιά. Τα quark αλληλεπιδρούν ισχυρά, ανταλλάσσοντας χρώμα. Αν λοιπόν τώρα αντιπαραβάλουμε τα δύο σχήματα, βλέπουμε ότι το γλουόνιο, που αντιπροσωπεύεται



Σχ.2.1.2 Ροή χρώματος στο σχέδιο 2.1.1

από μια σπειροειδή γραμμή στο πρώτο διάγραμμα, πρέπει να έχει και αυτό χρώμα. Είναι ακριβέστερα ένα δίχρωμο «αντικείμενο», που στο συγκεκριμένο παράδειγμα συμβολίζεται ως (BR̆).

Βασιζόμενοι λοιπόν στην αναλογία που εμφανίζεται στα δύο διαγράμματα, μπορούμε να κατασκευάσουμε μια θεωρία του χρώματος, της ισχυρής, ή πυρηνικής δύναμης, όπως αλλιώς αποκαλείται, αντιγράφοντας την κβαντική έκδοση της θεωρίας του Maxwell (κβαντική ηλεκτροδυναμική, ή QED). Καθώς τα ίδια τα γλουόνια όμως φέρουν χρωματικό φορτίο, θα μπορούν να αλληλεπιδράσουν απευθείας με άλλα γλουόνια, όπως παρουσιάζεται στο ακόλουθο σχήμα.



Σχ. 2.1.3 Αλληλεπίδραση γλουονίων

Η θεωρία που προκύπτει ονομάζεται Κβαντική Χρωμοδυναμική (QCD)και είναι «μη Αβελιανή».[2] Στην θεωρία λοιπόν της QCD, όπου η αλληλεπίδραση πραγματοποιείται από ανταλλασσόμενα γλουόνια, η δέσμευση προκύπτει επειδή τα γλουόνια αλληλεπιδρούν με άλλα γλουόνια όπως και με τα quark. Σαν αποτέλεσμα, δυο quark αλληλεπιδρούν πιο ισχυρά αν βρίσκονται μακρύτερα απ' ότι αν βρίσκονται πλησιέστερα. Παρόλο όμως που πιστεύομε ότι ο φορμαλισμός της κβαντικής χρωμοδυναμικής είναι γνωστός, η δομή των αδρονίων και η δυναμική των συστατικών τους παραμένει σε σημαντικό βαθμό ανεξερεύνητη, τόσο θεωρητικά όσο και πειραματικά. Η κατανόηση λοιπόν της δέσμευσής και κατ' επέκταση της δομής των αδρονίων αποτελεί ένα από τα πιο σημαντικά προβλήματα της φυσικής του αιώνα μας.

[2] Θεωρίες, στις οποίες τα κβάντα του πεδίου μπορούν να αλληλεπιδράσουν μεταξύ τους καλούνται «μη Αβελιανές». Είναι προφανές ότι αυτή είναι η περίπτωση της QCD, καθώς ο φορέας της είναι φορτισμένος και άρα εξ ορισμού μπορεί να αλληλεπιδράσει με τους ομοίους του, σε αντίθεση με την QED, όπου ο φορέας, το φωτόνιο, είναι ουδέτερο.

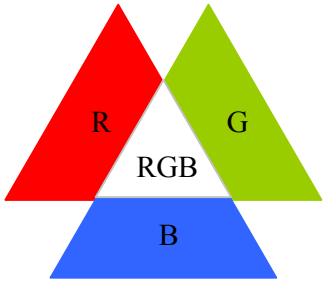
2.2 Η Αναγκαιότητα Τριών Χρωμάτων – Το Χρώμα των Αδρονίων

Υπάρχουν τρία φαινόμενα στην φύση, τα οποία όχι μόνο υποστηρίζουν την ύπαρξη του φορτίου χρώματος, αλλά μας αναγκάζουν να δεχτούμε ότι ο αριθμός των χρωμάτων είναι τρία. Τα φαινόμενα αυτά είναι:

- Η δομή του αδρονίου Δ^{++}
- Ο ρυθμός παραγωγής αδρονίων κατά την εξαϋλωση του ζεύγους $e^{-}e^{+}$

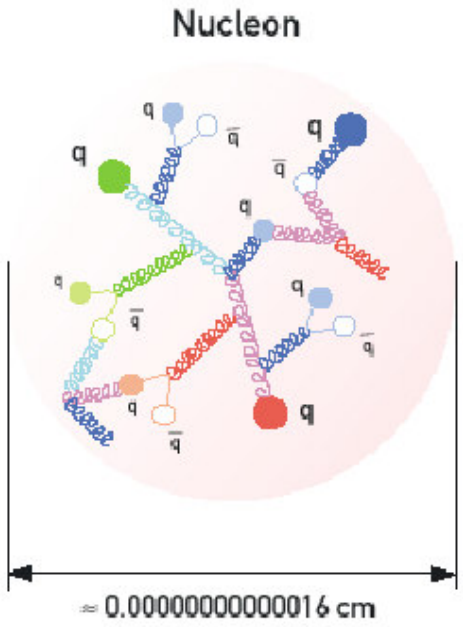
- Και ο χρόνος ζωής του π^o.

Έχουμε καταλήξει λοιπόν ότι υπάρχουν τρία βασικά (ή κύρια) χρώματα: το κόκκινο (R), το μπλε (B) και το πράσινο (G). Σε κάθε βασικό χρώμα αντιστοιχεί το συμπληρωματικό του χρώμα ή αντιχρώμα. Με κατάλληλη πρόσθεση των τριών βασικών χρωμάτων προκύπτει λευκό, δηλαδή όχι χρώμα, που συμβολικά το γράφουμε RGB ενώ και ο συνδυασμός χρώμα – αντιχρώμα, είναι άχρωμος.



Σχ. 2.2.1 Τα τρία φορτία χρώματος.

Όλα τα αδρόνια, δηλαδή βαρυόνια και μεσόνια, είναι άχρωμα. Έτσι στα βαρυόνια, που αποτελούνται από τρία quark, τα τρία αυτά quark θα έχουν διαφορετικό χρώμα. Στα μεσόνια, που είναι ζεύγη quark – antiquark, το antiquark θα έχει το συμπληρωματικό χρώμα του quark που το συνοδεύει. Με βάση λοιπόν την θεωρία που έχουμε αναπτύξει ως τώρα, το νουκλεόνιο (και κάθε βαρυόνιο) θα έχει την μορφή του σχήματος 2.2.1.



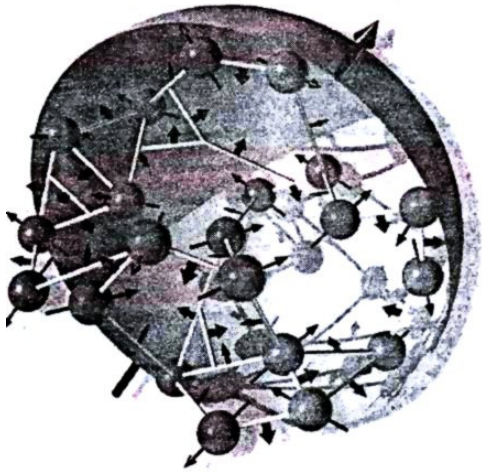
Σχ. 2.2.2 Σχηματική αναπαράσταση της δομής του νουκλεονίου με βάση την QCD.

2.3 Δουλεύοντας με Quark και Γλουόνια – Η Μάζα των Quark και η Χειραλική Συμμετρία

Ενώ οι μάζες των ατόμων είναι ίσες με τα αθροίσματα των μαζών όλων των συστατικών τους και το έλλειμμα μάζας στους πυρήνες αποδίδεται από την ενέργεια αλληλεπίδρασης των νουκλεονίων, η κατάσταση στα αδρόνια είναι σημαντικά διαφορετική. Η μάζα των τριών quark σε ένα νουκλεόνιο αποτελεί λιγότερο από το 2% της συνολικής του μάζας. Μια εξήγηση γι' αυτό δίνει το **μοντέλο των παρτονίων**, όπως ονομάζονται συνολικά τα (anti)quark και τα γλουόνια μέσα στα αδρόνια.

Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, η εικόνα του αδρονίου ως σωματίου με τρία quark είναι αρκετά απλοποιημένη. Τα τρία συστατικά quark, αλληλεπιδρώντας μεταξύ τους, εκπέμπουν γλουόνια, τα οποία λόγω της μη Αβελιανής φύσης της QCD μπορούν να αλληλεπιδράσουν μεταξύ τους ή να μετατραπούν σε ζεύγη quark – antiquark, τα οποία με την σειρά τους επίσης εκπέμπουν γλουόνια κ.ο.κ.. Τελικώς σχηματίζεται ένα συνοθύλευμα από quark, antiquark και γλουόνια, των οποίων η συνολική ισοδύναμη μάζα αποτελεί την μάζα του αδρονίου. Την εικόνα αυτή θα βλέπουμε, με ολοένα αυξανόμενη πολυπλοκότητα (N+3 level view), καθώς αυξάνουμε την ενέργεια μιας ακτίνας ηλεκτρονίων και συνεπώς την «ανάλυση» της εικόνας που παίρνουμε.

Συνοψίζοντας, μπορούμε να πούμε ότι κάθε ένα



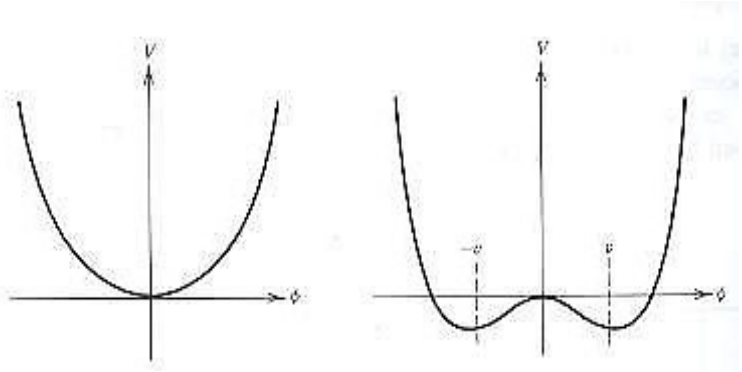
Σχ 2.3.1 N+3 level view ενός αδρονίου

από τα τρία συστατικά quark περιβάλλεται από ένα "dressing" όπως λέγεται, από γλουόνια και quark και δεν μπορεί να θεωρηθεί μόνο του.

Στενά συνδεδεμένη με αυτή την ιδιότητα των συστατικών quark είναι η έννοια του αυθόρμητου σπάσιμου συμμετρίας και στην συγκεκριμένη περίπτωση η συμμετρία που σπάει είναι η χειραλική. Η Λαγκρατζιανή ενός βαθμωτού πεδίου φ για spinless σωμάτια μπορεί να γραφτεί γενικά ως

$$\mathrm{L} = \mathrm{T} - \mathrm{V} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - (\frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4)$$

Οι δύο δυνατές τιμές του δυναμικού για την μορφή αυτή, φαίνονται στο σχέδιο 2.3.2, όπου η



Σχ. 2.3.2 Το δυναμικό $V = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{2}\lambda\phi^4$

πρώτη περίπτωση είναι για $\mu^2>0$ και η δεύτερη για $\mu^2<0$

Στην δεύτερη περίπτωση, βλέπουμε ότι η συμμετρία φ → −φ έχει αρθεί και το δυναμικό έχει δύο ελάχιστα $\pm\upsilon = \pm\sqrt{-\mu^2/\lambda}$. Για να είναι δυνατή η διαταρακτική διερεύνηση της Λαγκρατζιανής γύρω από ένα από τα δύο νέα ελάχιστα (δεν έχει σημασία ποιο και συνήθως διαλέγουμε το +u), αυτή πρέπει να αντικατασταθεί με την ισοδύναμη μορφή

$$\mathrm{L}' = \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 - \lambda\upsilon^2\eta^2 - \lambda\upsilon\eta^3 - \frac{1}{4}\lambda\eta^4 + const$$

ούτως ώστε να συγκλίνει. Η νέα μορφή της Λαγκρατζιανής δίνει μια τιμή μάζας για την διαταραχή η

$$m_\eta = \sqrt{2\lambda\upsilon} = \sqrt{-2\mu^2}$$

Αυτή είναι και η λογική του μηχανισμού Higgs που προσδίδει την μάζα στα σωμάτια, ο οποίος όταν εφαρμοστεί στην χειραλική συμμετρία SU(3) x SU(3) της QCD είναι υπεύθυνος για το σπάσιμό της σε

SU(3). Πιο συγκεκριμένα, ο όρος που προκαλεί το σπάσιμο είναι ο όρος μάζας των quark

$$\overline{\psi_L} M \psi_R + h.c.$$[3]

στο 3 x 3 πεδίο Higgs, όπου M είναι ο πίνακας μάζας των quark

$$M = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & m_s \end{pmatrix}$$

Ο πίνακας M θα έπρεπε να μετασχηματίζεται ως

$$M \to LMR^{\dagger}$$

υπό την συμμετρία SU(3) x SU(3), όπου L και R είναι οι μοναδιακοί τελεστές που δίδουν την αριστερόστροφη και δεξιόστροφη τριπλέτα quark αντίστοιχα. Ο M όμως είναι μια σταθερά και συνεπώς δεν μετασχηματίζεται, πράγμα που οδηγεί στο σπάσιμο SU(3) x SU(3) → SU(3).

Αποτέλεσμα της παραπάνω διεργασίας είναι τα quark να αποκτούν την λεγόμενη «μάζα συστατικού» , η οποία και είναι κατά πολύ αυξημένη της «μάζας ρεύματος» που θεωρητικά έχουν όταν η συμμετρία διατηρείται ανέπαφη.

Μείζον στόχος της έρευνας πάνω στην QCD είναι να αντιληφθούμε ποσοτικά την έκταση αυτής της παραβίασης καθώς και την εξάρτησή της από την πυκνότητα και την θερμοκρασία της πυρηνικής ύλης. Αυτή είναι μια δύσκολη δουλειά, όμως, καθώς η QCD χαρακτηρίζεται από μια σταθερά αλληλεπίδρασης $\alpha_s >> 1$ για αποστάσεις ~ 1fm και άρα δεν είναι δυνατόν να διερευνηθεί με την θεωρία διαταραχών, όποτε άλλα τεχνάσματα πρέπει να επινοηθούν.

2.4 Δουλεύοντας με Νουκλεόνια – Από τα Quark στους Πυρήνες – Μεσονική Θεωρία

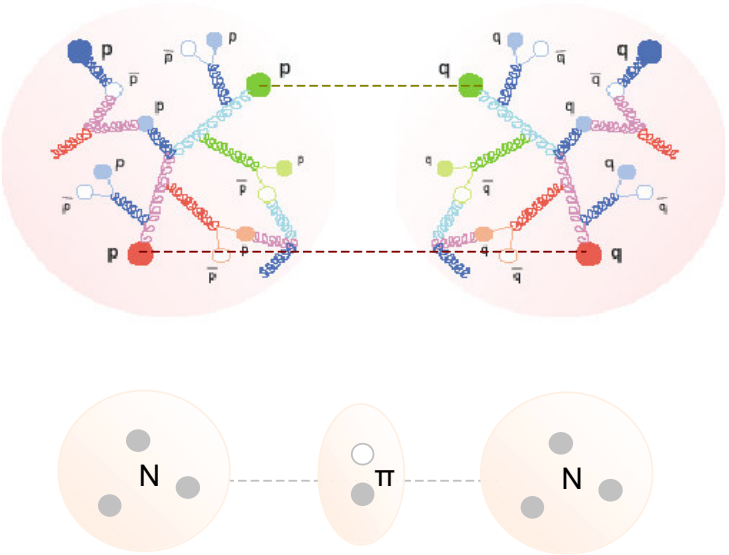
Αλληλεπιδράσεις μεταξύ δυο ή και περισσότερων αδρονίων φαντάζουν εξαιρετικά περίπλοκες στα πλαίσια της QCD: quark και γλουόνια

[3] "h.c" σημαίνει "hermitian conjugate". Ο όρος μάζας εμφανίζεται στην Λαγκρατζιανή σαν αποτέλεσμα της χρήσης της εξίσωσης Dirac για τα quark, αφού αυτά δεν είναι spinless, αλλά έχουν spin = ½.

αλληλεπιδρούν ανταλλάσσοντας το χρωματικό τους φορτίο, αλλά τα αδρόνια περιορίζονται από τον μηχανισμό δέσμευσης να είναι «άχρωμα». Η δύναμη μεταξύ νουκλεονίων για παράδειγμα, πρέπει να «αντανακλά» την ενδιάμεση κατάσταση που εμφανίζεται, όταν δύο ή περισσότερα στιγμιαία ρεύματα χρώματος μεταξύ των νουκλεονίων αντισταθμίζονται από ένα άλλο. Πώς συνδέεται αυτή η όψη για την δομή των νουκλεονίων σε χαμηλές ενέργειες με την διαφορετική εικόνα που τόσο επιτυχώς λογαριάσαμε από την σκέδασή τους; Σε αυτή την εικόνα, η ισχυρή αλληλεπίδραση μεταξύ νουκλεονίων χαμηλής ενέργειας πραγματοποιείται με την ανταλλαγή π μεσονίων (που καλούνται πιόνια για συντομία) μεταξύ τους.

Ένα αποφασιστικό βήμα κατά την διαδρομή από τα quark και τα γλουόνια στους πυρήνες – ένα βήμα που μελετάται από πολλούς θεωρητικούς επιστήμονες – είναι να καταλάβουμε γιατί επιλέγεται το πιόνιο ως το επικρατέστερο στις QCD αλληλεπιδράσεις σε χαμηλές ενέργειες.

Ο ειδικός ρόλος του πιονίου στην QCD είναι αυτός του πρωτογενούς μέσου για το σπάσιμο της



Σχ. 2.4.1 *Πάνω*: Αλληλεπίδραση νουκλεονίων μέσω ανταλλαγής γλουονίων μεταξύ των συστατικών τους quark. *Κάτω*: Προσέγγιση αλληλεπίδρασης νουκλεονίων με ανταλλαγή πιονίων

χειραλικής συμμετρίας στα νουκλεόνια και τους πυρήνες. Ένα up ή down quark μπορεί να μετατραπεί από δεξιόστροφο σε αριστερόστροφο (ή το αντίστροφο), παραβιάζοντας την χειραλική συμμετρία, αν εκπέμψει ή απορροφήσει ένα πιόνιο αντί για ένα γλουόνιο. Αν το πιόνιο είχε μηδενική

μάζα – ήταν δηλαδή ένα **Goldstone Boson**[4] – η συμμετρία δεν θα επηρεαζόταν κατά τις πυρηνικές αλληλεπιδράσεις αφού τα πιόνια, όπως και τα quark, θα εμπεριέχονταν στο θεωρούμενο σύστημα. Είναι αυτή η ασυνήθιστα μικρή μάζα του πιονίου, σε σύγκριση με τα υπόλοιπα μεσόνια, που αφήνει την συμμετρία τουλάχιστον προσεγγιστικά να ικανοποιείται στην φύση. Σαν (σχεδόν) Goldstone bosons, τα πιόνια αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και με τα νουκλεόνια αρκετά ασθενικά όταν έχουν μικρή ορμή. Από αυτήν την παρατήρηση συνάγουμε ότι οι περισσότερες παραδοσιακές μέθοδοι για την λύση κβαντικών θεωριών πεδίου όταν οι αλληλεπιδράσεις είναι ασθενείς ίσως είναι εφαρμόσιμες στην QCD σε χαμηλές ενέργειες, αν η αλληλεπίδραση μπορεί να εκφραστεί ως αποτέλεσμα της συμμετοχής μόνο νουκλεονίων και πιονίων και όχι quark και γλουονίων. Η ανάπτυξη και η επαλήθευση μιας τέτοιας αποτελεσματικής θεωρίας, γνωστής ως χειραλική θεωρία διαταραχών, είναι ένα σημαντικό θέμα της σύγχρονης πυρηνικής φυσικής.

[4] Ένα από τα πλέον διάσημα θεωρήματα στην θεωρητική φυσική στοιχειωδών σωματιδίων είναι το θεώρημα του Goldstone. Το θεώρημα αυτό ουσιαστικά επιβάλλει την ύπαρξη ενός άμαζου σωματιδίου, του Goldstone Boson, κάθε φορά που έχουμε «σπάσιμο», δηλαδή παραβίαση, κάποιας global συμμετρίας ενός βαθμωτού πεδίου.

3

Το Σχήμα των Αδρονίων

3.0 Το Σχήμα των αδρονίων

Παρόλο που η δομή των αδρονίων είναι εξαιρετικά περίπλοκη, όπως είδαμε μέχρι τώρα, το σχήμα τους συνήθως θεωρείται σφαιρικό. Ωστόσο, δεν υπάρχει κάποιος λόγος που να επιβάλει την σφαιρική συμμετρία. Το ερώτημα κατά πόσο το σχήμα των αδρονίων και ειδικότερα των νουκλεονίων αποκλίνει από την σφαιρική συμμετρία τέθηκε για πρώτη φορά σχετικά πρόσφατα (1979) από τον S. Glashow[5], αφού διαπιστώθηκε ότι η πειραματική μαρτυρία που υπήρχε έως τότε δεν μπορούσε να αποκλείσει την εκδοχή αυτή.

3.1 Θεωρητικά και φαινομενολογικά μοντέλα

Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα, οι θεωρητικοί υπολογισμοί με χρήση αναλυτικών συναρτήσεων είναι από δύσκολοι έως αδύνατοι, λόγω των ιδιομορφιών της ισχυρής αλληλεπίδρασης. Παρόλα αυτά, η σημερινή τεχνολογία έχει βοηθήσει την πρόοδο της θεωρητικής ανάπτυξης με την χρήση υπερυπολογιστικών συστημάτων, τα οποία κάνουν υπολογισμούς βασισμένους σε θεωρίες πλέγματος (Lattice Gauge Theories). Με την μέθοδο αυτή, ο χωροχρόνος χωρίζεται σε πολυάριθμα «κομμάτια», όπου για το κάθε ένα από αυτά, οι υπερυπολογιστές εκτελούν πολύπλοκους υπολογισμούς για την εύρεση αριθμητικών λύσεων έναντι αναλυτικών.

[5] (S. L. Glashow, Physica **96A**,27 (1979))

Από την άλλη μεριά, έχουν αναπτυχθεί αρκετά φαινομενολογικά μοντέλα που προσφέρουν εναλλακτικές περιγραφές στο όριο των χαμηλών ενεργειών (όπου και παρουσιάζεται κυρίως το πρόβλημα εύρεσης λύσεων). Τέτοια είναι

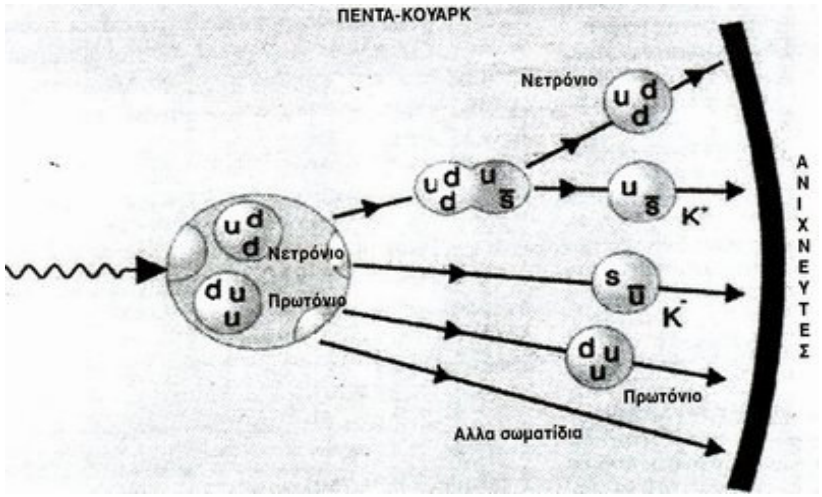
- Το μοντέλο CQM (Constituent Quark Model) το οποίο χρησιμοποιεί ένα μη σχετικιστικό δυναμικό για να προσεγγίσει την περιγραφή της ανταλλαγής γλουονίων μεταξύ των quark. Στο μοντέλο αυτό, το πρωτόνιο θεωρείται ότι αποκλίνει από το σφαιρικό σχήμα στην θεμελιώδη του κατάσταση, ώστε να εξηγηθεί το φάσμα διέγερσής του. Η απόκλιση αυτή από την σφαιρικότητα δικαιολογείται με την εισαγωγή ενός τανυστικού δυναμικού μεταξύ των quark (χρωμοτανυστική δύναμη), το οποίο εξαρτάται από την διεύθυνση κίνησής τους, σε αναλογία με το τανυστικό δυναμικό που έχει παρατηρηθεί στον πυρήνα του δευτερίου.
- Το MIT Bag model (ή το μοντέλο ασκού του MIT) αποτελεί μια πολύ χρήσιμη φαινομενολογική περιγραφή της δέσμευσης (confinement) των quark εντός των αδρονίων. Το μοντέλο αυτό αντιμετωπίζει τα quark ως άμαζα σωματίδια εντός ενός αδιαπέραστου ασκού πεπερασμένων διαστάσεων. Εκτός του ασκού τα quark θεωρούνται πως έχουν απείρως μεγάλη μάζα. Η δέσμευση των quark ουσιαστικά είναι αποτέλεσμα της ισορροπίας στα τοιχώματα του ασκού από την εξωτερική πίεση και την πίεση λόγω της κινητικής ενέργειας των quark, και άρα των συγκρούσεων τους με την επιφάνεια του ασκού, από το εσωτερικό. Μια παράμετρος η οποία εισέρχεται στο μοντέλο είναι η σταθερά της πίεσης του ασκού, η οποία συνδέεται με την ακτίνα ισορροπίας του ασκού σύμφωνα με την σχέση: $B^{1/4} = \left(\frac{6.12}{4\pi}\right)^{1/4} \frac{1}{R}$. Οπότε για μια ακτίνα ισορροπίας R του ασκού ίση με $0.8 fm$, έχουμε ότι $B^{1/4} = 206 MeV$.

Ένας ρεαλιστικός αδρονικός ασκός μπορεί να περιέχει μόνο qqq και $q\bar{q}$ καταστάσεις, αφού όπως είναι γνωστό το συνολικό φορτίο χρώματος της ύλης που παρατηρείται ελεύθερη

είναι μηδέν, δηλαδή η παρατηρούμενη ελεύθερη ύλη είναι άχρωμη.

Τέλος, σημειώνεται πως εντός του ασκού μπορούμε να εφαρμόσουμε διαταρακτική QCD προκειμένου να περιγράψουμε τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των quark.

- Το μοντέλο skyrmion, το οποίο αποτελεί μια τοπολογική απόπειρα περιγραφής των νουκλεονίων. Τα τοπολογικά μοντέλα γενικότερα δείχνουν πολλά υποσχόμενα, καθώς αποτελούν μια σχετικά νέα απόπειρα προσέγγισης, που έχει ήδη επιφέρει αποτελέσματα, όπως την πρόβλεψη του πειραματικά πια επιβεβαιωμένου pentaquark. Η ανακάλυψη και ταυτοποίηση του pentaquark ανακοινώθηκε από τρεις ανεξάρτητες ερευνητικές ομάδες (DIANA, CLAS, LEPS) και η μελέτη του αναμένεται να προσφέρει καλύτερη κατανόηση του τρόπου με τον οποίον η ισχυρή αλληλεπίδραση δημιουργεί συσσωματώματα quark, όπως είναι και τα πρωτόνια και νετρόνια, από τα οποία αποτελείται σχεδόν εξ



Σχ. 3.1.1 Η πειραματική διαδικασία παραγωγής pentaquark σε επίπεδο σωματιδίων. Μετά την κρούση ενεργητικού φωτονίου με υλικό στόχο, περιλαμβάνεται στα προϊόντα κι ένα pentaquark, το οποίο σύντομα διασπάται σε άλλα σταθερότερα σωματίδια

ολοκλήρου η γνωστή ύλη του Σύμπαντος από σκοπιά μάζας.

3.2 Πειραματικές μέθοδοι διερεύνησης

Για τον πειραματικό προσδιορισμό του σχήματος των αδρονίων, είναι γνωστές τρεις διαφορετικές μέθοδοι που εφαρμόζονται γενικά στα σχετικά πειράματα του μικρόκοσμου:

1. Μέτρηση της ηλεκτρική τετραπολικής ροπής του
2. Μέτρηση του ενεργειακού φάσματός του
3. Γωνιακή μέτρηση της ακτινοβολίας αποδιέγερσής του

Το πρόβλημα με τα αδρόνια, όμως, είναι ότι, με εξαίρεση το πρωτόνιο, είναι ιδιαίτερα ασταθή σωμάτια, και άρα μόνο το τελευταίο προσφέρεται για μελέτη. Πέραν τούτου, το ίδιο το πρωτόνιο έχει εξαιρετικά πολύπλοκο φάσμα διέγερσης λόγω του spin ½ που το χαρακτηρίζει. Έτσι, η μόνη πρόσφορη πειραματική μέθοδος διερεύνησης από τις προαναφερθείσες είναι η τρίτη, γεγονός που δυσχεραίνει σημαντικά την όλη προσπάθεια.

Η πρώτη σειρά πειραμάτων για την επιβεβαίωση της υπόθεσης της παραμόρφωσης προτάθηκε το 1987, η οποία οδήγησε σε μια μεγάλη πειραματική προσπάθεια στον επιταχυντή ηλεκτρονίων του MIT που διήρκεσε δεκαπέντε χρόνια. Προέκυψαν λοιπόν αδιαμφισβήτητα αποτελέσματα, τα οποία συνηγορούν στην μη σφαιρικότητα του πρωτονίου. Τα τελευταία χρόνια η έρευνα γύρω από το σχήμα των αδρονίων και ειδικότερα του πρωτονίου, για τους λόγους που ήδη αναφέρθηκαν, συνεχίζεται αμείωτη.

Για παράδειγμα πρόσφατα πειράματα πολωμένων φωτονίων είναι αυτά του Mainz (Phys. Rev **C61**,35204 (2000)) και του Brookhaven (LEGS Collaboration, Phys. Rev **C64**,025203 (2001)), τα οποία χρησιμοποίησαν τις αντιδράσεις $\gamma p \to \pi^o p$ και $\gamma p \to \pi^+ n$. Τα αποτελέσματα των δύο πειραμάτων βρίσκονται σε καλή συμφωνία και δείχνουν μια σημαντική παραμόρφωση στο σύστημα N,Δ. Πάντως θα πρέπει να σημειωθεί πως παρ' όλο που υπάρχει καλή συμφωνία όσον αφορά την ασυμμετρία των πολωμένων φωτονίων, τα δύο πειράματα δίνουν σημαντικά διαφορετική τιμή για τις μη πολωμένες ενεργές διατομές, η οποία ακόμα δεν έχει διαλευκανθεί.

Παράλληλα, αντίστοιχες προσπάθειες γίνονται μέσω της ηλεκτροπαραγωγής πιονίων στην ενεργειακή περιοχή του συντονισμού Δ. Στις προσπάθειες αυτές συμμετέχουν όλα τα ερευνητικά κέντρα που μπορούν να παρέχουν τέτοιες ενέργειες, οι οποίες θεωρούνται μεσαίας τάξης ως προς το μέγεθος τους, όπως το Bates, το Mainz, η Bonn και το JLab

Η συνολική μαρτυρία σήμερα επιβεβαιώνει την επικρατούσα άποψη περί παραμορφωμένων αδρονίων. Η σφαιρική συμμετρία προφανώς θα είναι το αποτέλεσμα μιας κεντρικά συμμετρικής δύναμης ανάμεσα στα quark, η οποία εξαρτάται μόνο από την σχετική τους θέση. Η παραδοχή της παραμόρφωσης βασίζεται στην ύπαρξη μιας πρόσθετης μη κεντρικής χρωμοτανυστικής δύναμης, η οποία εμφανίζεται μεταξύ των quark και εξαρτάται από την διεύθυνση της κίνησής τους. Πρέπει να σημειωθεί ακόμα, ότι σύμφωνα με τα θεωρητικά μοντέλα που σέβονται την χειραλική συμμετρία και τον ρόλο των πιονικών συσσωματωμάτων, η παραμόρφωση του σχήματος των αδρονίων προκύπτει επίσης από την μη συμμετρική κατανομή του πιονικού νέφους γύρω από τον άξονα συμμετρίας που ορίζεται από το σπιν τους.

Τέλος, αναφέρουμε πως τα δεδομένα που διαθέτουμε μέχρι σήμερα ενισχύουν την άποψη για πεπλατυσμένο σχήμα για του πρωτονίου και επίμηκες σχήμα του συντονισμού Δ.

4

Παράγοντες Μορφής & Συναρτήσεις Δομής

4.0 Εισαγωγή

Ο καλύτερος τρόπος για να μελετήσουμε την κατανομή της πυκνότητας του πυρήνα, όπως προαναφέραμε, είναι η σκέδαση ηλεκτρονίων. Εκτός του ότι είναι ένα σημειακό σωμάτιο, το ηλεκτρόνιο μπορεί και να ανιχνευτεί εύκολα. Αλληλεπιδρά με τον πυρήνα κυρίως μέσω ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων. Αυτό είναι ένα πλεονέκτημα, καθώς η αλληλεπίδραση είναι καλά γνωστή και τα αποτελέσματα είναι σχετικά εύκολο να ερμηνευτούν. Από την άλλη όμως, η σκέδαση πραγματοποιείται μόνο από φορτισμένα σωματίδια, οπότε μπορούμε να ανιχνεύσουμε μόνο τα πρωτόνια του πυρήνα.

4.1 Πυρηνικός Παράγοντας Μορφής

4.1.1 Κατανομή Πυκνότητας – Πυρηνικός Παράγοντας Μορφής.

Η κατανομή της πυκνότητας ενός πυρήνα δίνεται από το τετράγωνο της κυματοσυνάρτησης $\Psi(\mathbf{r})$:

$$\rho(\mathbf{r}) = |\Psi(\mathbf{r})|^2$$

Για το φορτίο ενός πυρήνα με Z πρωτόνια, είναι πιο βολικό να ορίσουμε την κατανομή πυκνότητας φορτίου ως:

$$\rho_{ch}(\mathbf{r}) = Z|\Psi(\mathbf{r})|^2$$

Έτσι η εξάρτηση από το ολικό φορτίο γίνεται σαφής και η κυματοσυνάρτηση $\Psi(\mathbf{r})$ μπορεί να θεωρηθεί κανονικοποιημένη στη μονάδα.

Το πραγματικό μέγεθος που παίρνουμε από τα πειράματα σκέδασης είναι ο μετασχηματισμός Fourier της πυκνότητας φορτίου, που δίνεται από το ολοκλήρωμα:

$$F(\mathbf{q}) = \int \rho_{ch}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} d^3x$$

Αυτός είναι γνωστός ως **ηλεκτρικός παράγοντας μορφής** ή διαμήκης , για να διακρίνεται από τον εγκάρσιο παράγοντα μορφής που θα αναφέρουμε παρακάτω.

Συνήθως όμως μας ενδιαφέρει μόνο η ακτινική εξάρτηση της πυκνότητας. Ως αποτέλεσμα μπορούμε να πάρουμε την μέση γωνία και να θεωρήσουμε άγνωστη μόνο την $\rho_{ch}(r)$. Το γωνιακό μέρος της παραπάνω ολοκλήρωσης μπορεί επομένως να βγει έξω από το ολοκλήρωμα σε αυτή την περίπτωση και ο **ακτινικός** πλέον **ηλεκτρικός παράγοντας** μορφής να περιοριστεί στην έκφραση:

$$F(q^2) = \frac{4\pi}{q} \int \rho_{ch}(r) \sin(qr) r dr$$

4.1.2 Η Ενεργός Διατομή Ελαστικής Σκέδασης και Το Φυσικό Νόημα του Παράγοντα Μορφής.

Η ενεργός διατομή της ελαστικής σκέδασης για ηλεκτρόνια με μηδενικό σπιν από πυρήνα, μπορεί να εκφραστεί με την βοήθεια του παράγοντα μορφής $F(q^2)$ ως:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{point} \left|F(q^2)\right|^2$$

όπου: $(d\sigma/d\Omega)_{point}$ είναι η διαφορική ενεργός διατομή για σκέδαση από σημειακό σωμάτιο ίσου φορτίου. Αυτό δίνει ένα φυσικό περιεχόμενο στον παράγοντα μορφής: το τετράγωνό του αντιστοιχεί στην ακτίνα της παρατηρούμενης ενεργού διατομής της σκέδασης προς την αναμενόμενη τιμή για σημειακό πυρήνα.

Στην περίπτωση της ελαστικής σκέδασης από καταστάσεις με J=0, συνεισφέρει μόνο το «ηλεκτρικό» μέρος της αλληλεπίδρασης. Καταστάσεις όμως με J>0 συνήθως έχουν μη μηδενική μαγνητική ροπή, και μπορούν να αλληλεπιδράσουν με την εσωτερική

μαγνητική διπολική ροπή του ηλεκτρονίου. Επομένως έχουμε έναν επιπρόσθετο όρο. Έτσι τελικά η ενεργός διατομή θα δίνεται από την σχέση:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{point} \left\{ \left|F_{el}(q^2)\right|^2 + \left(\frac{1}{2} + tan^2\frac{\theta}{2}\right)\left|F_M(q^2)\right|^2 \right\}$$

όπου θ είναι η γωνία σκέδασης. Η επιπρόσθετη συνεισφορά χαρακτηρίζεται από τον **μαγνητικό** ή **εγκάρσιο παράγοντα μορφής** $F_M(q^2)$.

4.1.3 Ακτίνα Φορτίου

Από τον ηλεκτρικό παράγοντα μορφής $F(q^2)$, τον οποίο εξάγαμε στην παράγραφο 4.1.1, μπορούμε να πάρουμε τώρα την μέση τετραγωνική ακτίνα του πυρήνα. Για μικρές μεταφορές ορμής, ο $F(q^2)$ μπορεί να αναλυθεί σε σειρά ως προς q^2. Για να το κατορθώσουμε αυτό, ξεκινάμε από την εξίσωση:

$$F(q^2) = \frac{4\pi}{q}\int \rho_{ch}(r)\sin(qr)\,r\,dr$$

και αναλύουμε το ημίτονο σε σειρά δυνάμεων του (qr):

$$F(q^2) = \frac{4\pi}{q}\int \rho_{ch}(r)\left\{qr - \frac{1}{3!}(qr)^3 + \ldots\right\} r\,dr$$

$$= \int \rho_{ch}(r) 4\pi r^2 dr - \frac{1}{6}q^q \int r^3 \rho_{ch}(r) 4\pi r^2 dr + \ldots$$

$$= Z\left\{1 - \frac{1}{6}q^2\langle r^2\rangle + \ldots\right\}$$

όπου το Z προκύπτει από τον νορμαλισμό που δώσαμε για την πυκνότητα φορτίου. Παρατηρούμε ότι, ενώ η συνάρτηση του ημίτονου περιλαμβάνει μόνο περιττές δυνάμεις του q, το τελικό αποτέλεσμα περιέχει μόνο άρτιες δυνάμεις.

Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειώσουμε ότι η τιμή $<r^2>^{½}$ δεν ταυτίζεται με την ακτίνα του πυρήνα R. Αυτό μπορεί εύκολα να αποσαφηνισθεί με το παράδειγμα μιας σφαίρας σταθερής πυκνότητας και ακτίνας R με:

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 & r \le R \\ 0 & r > R \end{cases}$$

Ο όγκος της θα δίνεται προφανώς από την σχέση:

$$V = 4\pi\int_0^\infty \rho(r)r^2dr = \frac{4}{3}\pi R^3\rho_0$$

και η αναμενόμενη τιμή του r² θα είναι:

$$\langle r^2\rangle = \frac{3}{R^3\rho_0\int_0^\infty \rho(r)r^4dr} = \frac{3}{5}R^2$$

Οπότε η ακτίνα του πυρήνα θα είναι τελικά:

$$R = 1.29\langle r^2\rangle^{1/2}$$

4.1.4 Η ενεργός διατομή του Mott

Το πρόβλημα της ενεργού διατομής $d\sigma(\theta)/d\Omega$ της σκέδασης υπερ – σχετικιστικών ηλεκτρονίων από ένα πυρήνα, ή στην περίπτωση μας από ένα πρωτόνιο (πυρήνας ${}^1_1H$), επιλύθηκε από τον Mott με την χρήση των υποθέσεων που ακολουθούν :

1. Ο πυρήνας είναι σημειακό σωμάτιο
2. $Za = Z/137 << 1$
3. $I_{nuc} = \mu_{nuc} = 0$
4. $s_e = 1/2, |\mu_e| = \frac{e\hbar}{2m_ec} = M_B$

Οπότε κατέληξε στην σχέση $\frac{d\sigma(\theta')}{d\Omega} = \left(\frac{Ze^2}{2T}\right)^2 \frac{\cos^2\frac{\theta'}{2}}{\sin^2\frac{\theta'}{2}}$, όπου θ' είναι η γωνία σκέδασης στο σύστημα κέντρου μάζας, T η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου, Z είναι ο ατομικός αριθμός του πυρήνα.

Αν μετασχηματίσουμε την παραπάνω σχέση στο σύστημα αναφορά του εργαστηρίου έχουμε $\frac{d\sigma(\theta')}{d\Omega} = \left(\frac{Ze^2}{2T}\right)^2 \frac{\cos^2\frac{\theta}{2}}{\sin^2\frac{\theta}{2}\left(1+\frac{2T}{Mc^2}\sin^2\frac{\theta}{2}\right)}$, όπου τα θ και T είναι όμοια με πριν (στο σύστημα εργαστηρίου αυτή τη φορά), ενώ M είναι η μάζα του πυρήνα.

Τα αποτελέσματα αυτά, όπως θα φανεί και στην συνέχεια της μελέτης, είναι σε καλή συμφωνία με το πείραμα για μέσες ενέργειες ηλεκτρονίου. Προβλήματα παρουσιάζονται στις υψηλές ενέργειες, όταν το μήκος κύματος De Broglie του ηλεκτρονίου είναι μικρότερο από την ακτίνα του πυρήνα στόχου,

όπου οι παραπάνω σχέσεις δίνουν υπερτιμημένα αποτελέσματα σε σχέση με τα πειραματικά.

Όμως, από τη στιγμή που γνωρίζουμε πειραματικά πως το ηλεκτρόνιο αν δεν αποτελεί σημειακό σωμάτιο θα έχει διαστάσεις μικρότερες από $10^{-16} cm$ και άρα πρακτικά είναι τέτοιο, κάθε απόκλιση από την αναμενόμενη συμπεριφορά θα πρέπει να χρεωθεί στην παράβλεψη στους υπολογισμούς μας των διαστάσεων και της κατανομής φορτίου του πυρήνα.

4.2 Παράγοντας Μορφής Νουκλεονίου

4.2.1 Ο Τύπος του Rosenbluth

Σε αρκετά υψηλές ενέργειες (GeV και πάνω) το μήκος κύματος του ηλεκτρονίου γίνεται αρκετά μικρότερο από τις διαστάσεις ενός τυπικού πυρήνα. Σε αυτές τις περιπτώσεις, τα αποτελέσματα της σκέδασης χαρακτηρίζονται από την κατανομή φορτίου του κάθε νουκλεονίου. Το βασικό ενδιαφέρον μετατοπίζεται από τον πυρήνα ως σύνολο στη δομή των επιμέρους νουκλεονίων που τον συνθέτουν. Ως τώρα μελετούσαμε τον πυρηνικό παράγοντα μορφής χρησιμοποιώντας τις ανάλογες ποσότητες για πυρήνες. Εδώ θα μελετήσουμε τον παράγοντα μορφής του νουκλεονίου.

Όπως ξέρουμε, τα νουκλεόνια είναι φερμιόνια, δηλαδή σωμάτια με σπιν ½, οπότε στον υπολογισμό της ενεργού διατομής θα συνεισφέρει τόσο η ηλεκτρική όσο και η μαγνητική σκέδαση. Για λόγους που σύντομα θα γίνουν κατανοητοί, είναι πιο βολικό να χρησιμοποιήσουμε τους Sachs παράγοντες μορφής $G_E(q^2)$ και $G_M(q^2)$ για τα νουκλεόνια, από τους $F_{el}(q^2)$ $F_M(q^2)$ που χρησιμοποιήσαμε για τους πυρήνες. Αυτό μας δίνει τον τύπο του **Rosenbluth** για την διαφορική ενεργό διατομή της σκέδασης ηλεκτρονίων από νουκλεόνια:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{lab} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{point} \left\{ \frac{G_E^2(q^2) + \zeta G_M^2(q^2)}{1+\zeta} + 2\zeta G_M^2(q^2) tan^2 \frac{\vartheta}{2} \right\}$$

όπου η αδιάστατη ποσότητα ζ δίνεται από την σχέση:

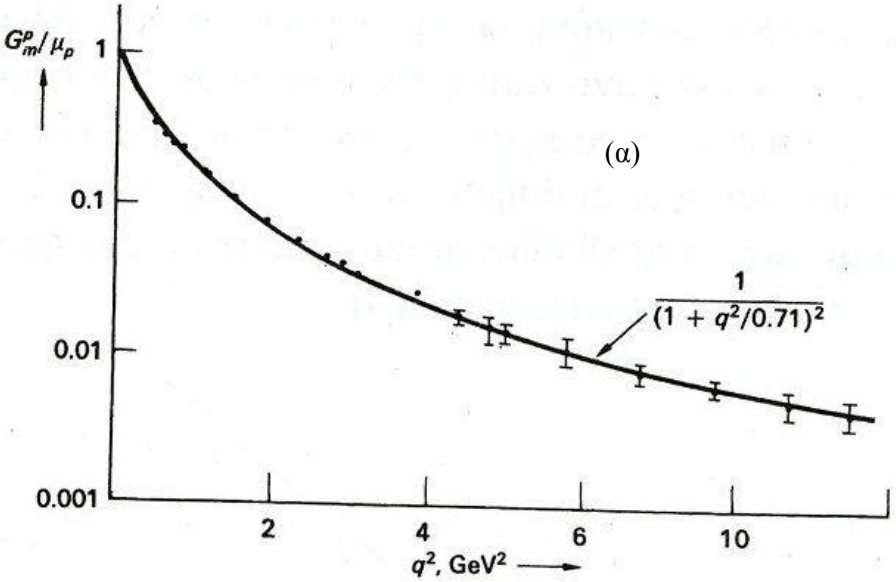
$$\zeta = \left(\frac{\hbar q}{2Mc}\right)^2$$

Η σχέση μεταξύ των παραγόντων μορφής και των πυρηνικών είναι εμφανής απλά συγκρίνοντας τους. Οι παράγοντες μορφής Sachs έχουν την ιδιότητα, σε μηδενική μεταφορά ορμής:

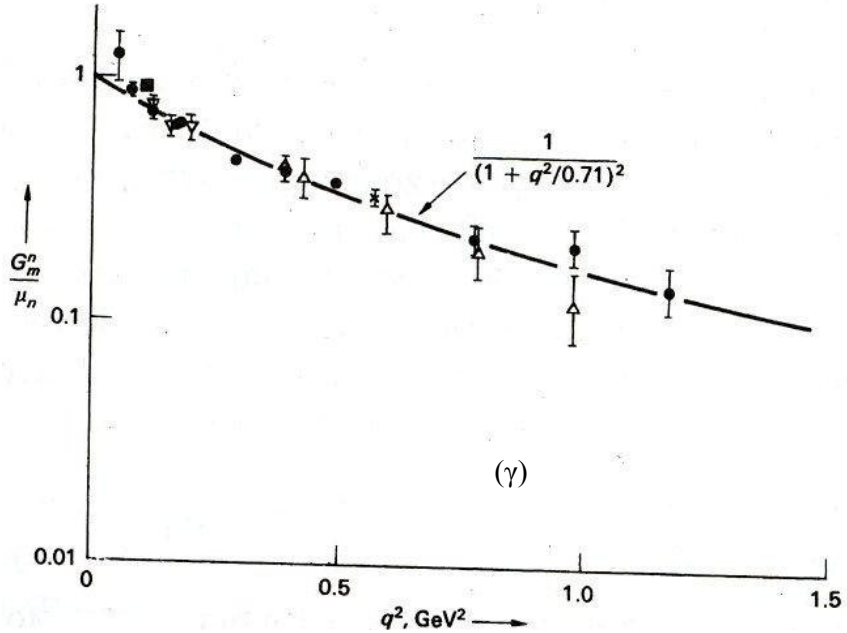
$$G_E(0) = \begin{cases} 1 & \text{για πρωτόνιο} \\ 0 & \text{για νετρόνιο} \end{cases} \quad G_M^2(q^2) = \begin{cases} \mu_p & \text{για πρωτόνιο} \\ \mu_n & \text{για νετρόνιο} \end{cases}$$

όπου μ_p και μ_n η μαγνητική διπολική ροπή του πρωτονίου και του νετρονίου αντίστοιχα σε πυρηνικές μαγνητόνες.

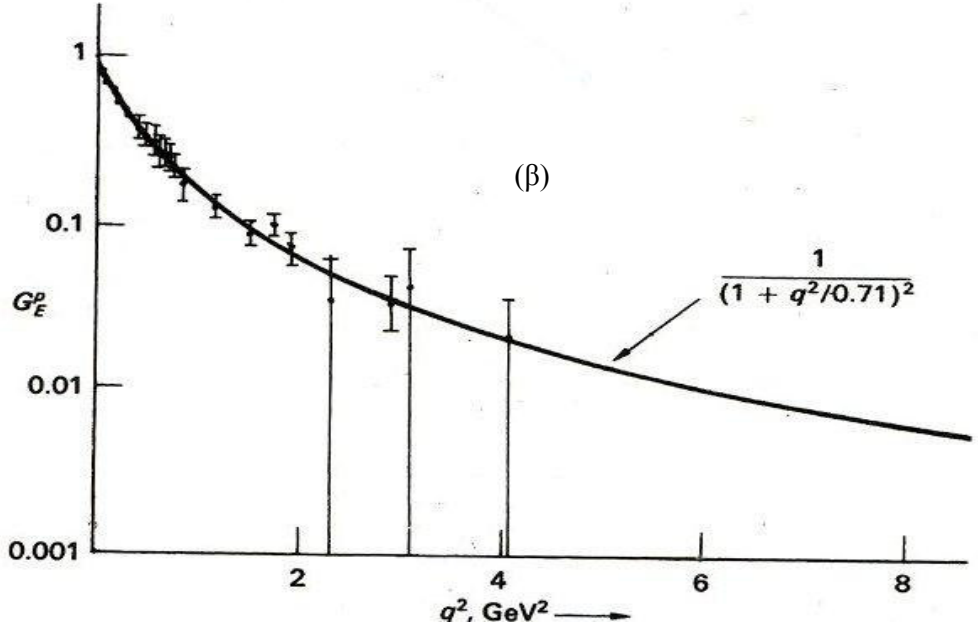
Όταν $|\mathbf{q}|^2 << \mathbf{M}^2$, οι παράγοντες μορφής $G_E(q^2)$ και $G_M(q^2)$ είναι οι μετασχηματισμοί Fourier της κατανομής του ηλεκτρικού φορτίου και της μαγνητικής ροπής αντίστοιχα του πρωτονίου. Για μεγαλύτερες τιμές του q^2 τούτο δεν συμβαίνει, λόγω της ανάκρουσης του πρωτονίου.



(α)



(γ)



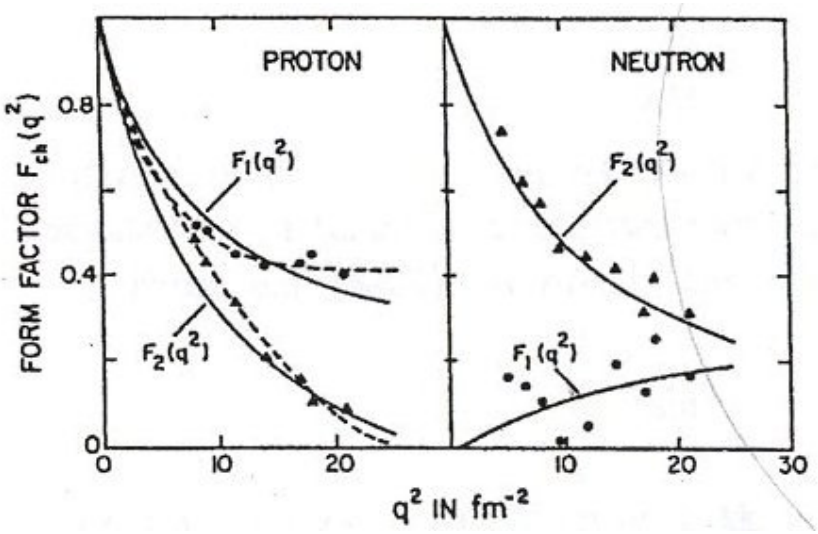
(β)

Σχ. 4.2.1.1 Σύγκριση των μαγνητικών και ηλεκτρικών παραγόντων μορφής για νετρόνιο και πρωτόνιο. (α) μαγνητικός παράγοντας μορφής πρωτονίου, (β) ηλεκτρικός παράγοντας μορφής πρωτονίου, (γ) μαγνητικός παράγοντας μορφής νετρονίου.

Η ενεργός διατομή μπορεί να εκφραστεί και με την βοήθεια των παραγόντων μορφής του Dirac και του Pauli $F_1(q^2)$ και $F_2(q^2)$, που ορίζονται από τις σχέσεις:

$$G_E(q^2) = F_1(q^2) - \zeta F_2(q^2) \qquad G_M(q^2) = F_1(q^2) + F_2(q^2)$$

Η βασική διαφορά τους από τους παράγοντες μορφής Sachs είναι ότι, αντί της ηλεκτρικής και μαγνητικής σκέδασης, οι $F_1(q^2)$ και $F_2(q^2)$ διακρίνονται ως προς την ελικότητα $\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}/|\mathbf{p}|$, την προβολή δηλαδή του σπιν του ηλεκτρονίου $\boldsymbol{\sigma}$ κατά την διεύθυνση της κίνησης $\mathbf{p}/|\mathbf{p}|$. Ο Dirac παράγοντας μορφής $F_1(q^2)$ αντιπροσωπεύει το μέρος της σκέδασης που διατηρεί την ελικότητα (helicity-preserving)και ο Pauli παράγοντας μορφής $F_2(q^2)$ το μέρος που της αλλάζει φορά (helicity-flipping).



Σχ. 4.2.1.2 Οι παράγοντες μορφής Dirac και Pauli.

4.2.2 Η Ακτίνα του Νουκλεονίου

Υπάρχει ένα ενδιαφέρον σημείο που μπορούμε να παρατηρήσουμε σχετικά με τους παράγοντες μορφής του νουκλεονίου. Στο όριο της υψηλά μεταφερόμενης ορμής, οι δύο παράγοντες μορφής του πρωτονίου και ο μαγνητικός παράγοντας μορφής του νετρονίου ταυτίζονται μεταξύ τους, αν εξαιρέσουμε έναν βαθμωτό παράγοντα, δηλαδή ακολουθούν τον απλό νόμο διαβάθμισης (scaling) όπως λέμε. Οι απαιτούμενοι παράγοντες μπορούν να εξαχθούν μελετώντας τις σχέσεις που δώσαμε παραπάνω για τα $G_E(0)$ και $G_M(0)$, δίνοντας την παρακάτω βαθμωτή σχέση:

$$G_E^p(q^2) = \frac{1}{\mu_p} G_M^p(q^2) = \frac{1}{|\mu_n|} G_M^n(q^2) = G(q^2), \qquad G_E^n(q^2) = 0$$

Η συνάρτηση $G(q^2)$ μπορεί να περιγραφεί από την εμπειρική διπολική σχέση:

$$G(q^2) = \frac{1}{\left(1 + \left(q/q_o\right)^2\right)^2}$$

όπου η παράμετρος q_o εμπειρικά παίρνει την τιμή:

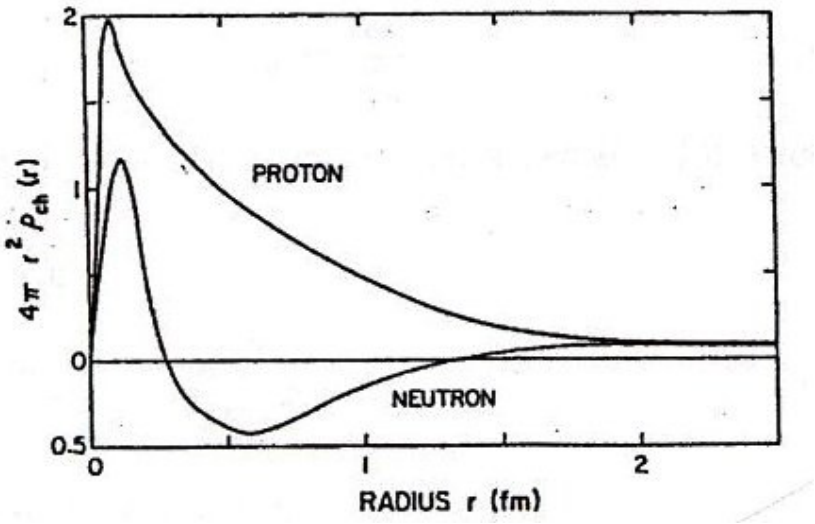
$$\hbar \cdot q_o = 0{,}84 \text{ GeV/c}.$$

Χρησιμοποιώντας αυτήν την εμπειρική διπολική σχέση, η κατανομή φορτίου του πρωτονίου, γίνεται:

Από αυτή, $\rho_{ch}(r) = \rho_o e^{-q_o r}$ παίρνουμε την μέση τετραγωνική ακτίνα του πρωτονίου:

$$\left\langle r^2 \right\rangle = \frac{\int r^2 \rho_{ch}(r) r^2 dr}{\int \rho_{ch}(r) r^2 dr} = \frac{12}{q_o^2} = \left(0.81fm\right)^2$$

Λόγω της βαθμωτής σχέσης η μαγνητική ακτίνα του πρωτονίου θα πρέπει να έχει την ίδια τιμή.



Σχ. 4.2.2.1 Κατανομή φορτίου πρωτονίου και νετρονίου

Ας σημειωθεί ότι η τιμή 0.81fm για την rms[6] ακτίνα του νουκλεονίου είναι λίγο μικρότερη από την αντίστοιχη μέση τιμή 0,97 fm των νουκλεονίων του πυρήνα. Αν θεωρήσουμε μια ομοιόμορφα φορτισμένη σφαίρα για να προσεγγίσουμε την κατανομή φορτίου του πρωτονίου, όπως κάναμε νωρίτερα για τους

[6] Μέση τετραγωνική ακτίνα (**r**oute **m**ean **s**quare)

πυρήνες, βρίσκουμε ότι η ακτίνα του πρωτονίου είναι περίπου 1fm.

Στο σχήμα 4.2.2.1 παρατηρούμε την κατανομή φορτίου του πρωτονίου και του νετρονίου. Μπορεί κανείς εύκολα να διαπιστώσει πως το πρωτόνιο αποτελείται μόνο από θετικά φορτισμένα τμήματα, ενώ αντίθετα το νετρόνιο αποτελείται από μια εσωτερική θετικά φορτισμένη σφαίρα, η οποία περιβάλλεται από ένα αρνητικά φορτισμένο κέλυφος. Αυτή η συμπεριφορά της κατανομής φορτίου του νετρονίου μπορεί να εξηγηθεί εύκολα με την χρήση της εικόνας των πιονίων στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις. Όπως έχει επεξηγηθεί νωρίτερα, η αλληλεπίδραση μεταξύ των νουκλεονίων μπορεί να περιγραφεί με την ανταλλαγή πιονίων, εντελώς ανάλογα με την ηλεκτροδυναμική όπου έχουμε ανταλλαγή φωτονίων. Όμως όπως είναι γνωστό το ηλεκτρόνιο, ως σωματίδιο που αλληλεπιδρά ηλεκτρομαγνητικά, περιβάλλεται από ένα νέφος δυνητικών φωτονίων τα οποία εκπέμπει και επαναπορροφά το ίδιο το ηλεκτρόνιο. Εντελώς, ανάλογα το νετρόνιο περιβάλλεται από ένα νέφος π^-, σύμφωνα με την σχέση $n \to p^+ + \pi^-$. Δηλαδή παροδικά το νετρόνιο μετατρέπεται σε πρωτόνιο με την εκπομπή ενός αρνητικά φορτισμένου πιονίου, το οποίο στην συνέχεια επαναπορροφά και επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση. Όμως σε αυτή την «αντίδραση» το βαρύ πρωτόνιο ουσιαστικά καταλαμβάνει την θέση του νετρονίου, γύρω από την οποία κινείται το π^-. Άρα, με αυτό τον τρόπο έχουμε μια εσωτερική περιοχή όπου συναντούμε πρωτόνια, δηλαδή θετικό φορτίο, και μια εξωτερική όπου συναντούμε π^-, δηλαδή αρνητικό φορτίο. Συνολικά το φορτίο παραμένει ίσο με μηδέν, αφού τα πρωτόνια και τα πιόνια δημιουργούνται κατά ζεύγη.

4.3 Συναρτήσεις Δομής

4.3.1 Βαθιά Ανελαστική Σκέδαση Ηλεκτρονίου – Πρωτονίου

Ενώ στα πειράματα ελαστικής σκέδασης, το πρωτόνιο συμπεριφέρεται σαν σωμάτιο με έκταση στον χώρο, σε μεγάλες τιμές μεταφερόμενης τετραορμής $|q^2|$, το πρωτόνιο συμπεριφέρεται σαν σημειακό σωμάτιο. Αυτό συμβαίνει γιατί το

ηλεκτρόνιο εισχωρεί στο εσωτερικό του πρωτονίου και αλληλεπιδρά αποκλειστικά σχεδόν με ένα μόνο από τα τρία quark. Η περίπτωση αυτή ονομάζεται **βαθιά ανελαστική σκέδαση** και μας δίνει μια εικόνα του εσωτερικού του πρωτονίου, και σε επέκταση, και των υπολοίπων αδρονίων.

Εδώ προφανώς έχουμε να κάνουμε με δύο ανεξάρτητες μεταβλητές στην εξίσωση σκέδασης και αυτές επιλέγονται συνήθως να είναι οι q^2 και $\nu = \frac{Pq}{M}$, όπου q και P είναι οι τετραορμές του διαδότη και πρωτονίου αντίστοιχα, ενώ M είναι η μάζα του πρωτονίου.

Εργαζόμενοι όπως και στην περίπτωση της ελαστικής σκέδασης, εκφράζουμε την διαφορική ενεργό διατομή συναρτήσει των δύο επιλεγμένων ανεξάρτητων παραμέτρων, εισάγοντας δε τους δύο ανελαστικούς παράγοντες μορφής $W_1(\nu,q^2)$ και $W_2(\nu,q^2)$. Αποδεικνύεται λοιπόν ότι η διαφορική ενεργός διατομή εκφράζεται από την παρακάτω σχέση

$$\frac{d\sigma}{dEd\Omega} = \frac{\alpha^2}{4\mathrm{E}^2 \sin^4(\theta/2)}\left\{W_2(\nu,q^2)\cos^2\frac{\theta}{2} + 2W_1(\nu,q^2)\sin^2\frac{\theta}{2}\right\}$$

Οι παράγοντες W_1 και W_2 ονομάζονται και **συναρτήσεις δομής** και πρέπει να υπολογισθούν πειραματικά. Ας σημειωθεί ότι τα πειραματικά αποτελέσματα έχουν αποφανθεί κατηγορηματικά υπέρ της σημειακής φύσης των quark.

Έτσι λοιπόν, μπορούμε να ξαναγράψουμε την έκφραση της διαφορικής ενεργούς διατομής, εισάγοντας την συνάρτηση κατανομής f(x) της ορμής των quark ως εξής

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} = \frac{a^2}{4E^2 \sin^4(\theta/2)}\left\{\frac{x}{\nu}\cos^2\frac{\theta}{2} + \frac{1}{\mathrm{M}}\sin^2\frac{\theta}{2}\right\}\sum_i Q_i^2 f_i(x)$$

όπου Q_i είναι το φορτίο του quark και ο δείκτης i συμβολίζει τον αριθμό των quark που αντιστοιχούν στις ίδιες τιμές των Q και f.

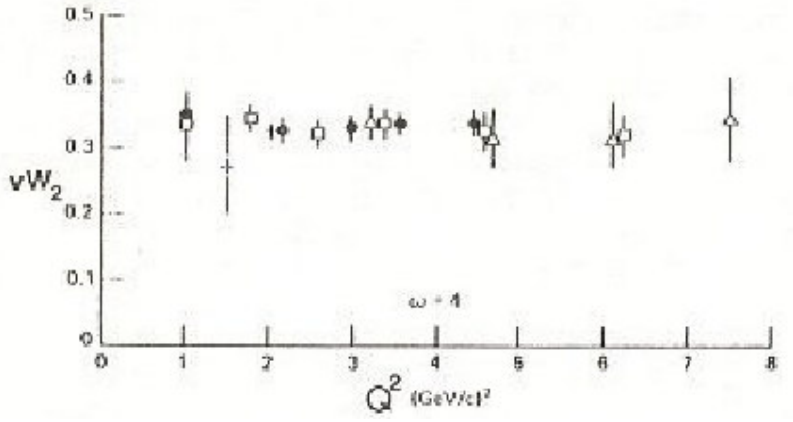
Συγκρίνοντας τις δύο παραπάνω εκφράσεις, βρίσκουμε

$$F_1(x) = 2MW_1 = \sum_i Q_i^2 f_i(x)$$

$$F_2(x) = vW_2 = \sum_i Q_i^2 x f_i(x)$$

όπου έχουμε εισαγάγει τις δύο νέες συναρτήσεις δομής F_1 και F_2. Η διαφορά των συναρτήσεων W και F έγκειται στο ότι ενώ οι W εξαρτώνται από δύο ανεξάρτητες παραμέτρους, οι F εξαρτώνται μόνο από το αδιάστατο μέγεθος $x = Q^2/2Mv$, αφού δεχτήκαμε την σημειακή φύση των quark. Συνεπώς για δεδομένο x, οι συναρτήσεις F θα είναι ανεξάρτητες του Q^2. Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται διαβάθμιση του Bjorken (Bjorken scaling)

Αξίζει να σημειωθεί ακόμα ότι η ιδιότητα $F_2 = xF_1$ που προκύπτει από τον της εκφράσεις της ενεργούς διατομής οφείλεται στο ότι τα quark έχουν σπιν ½. Η σχέση αυτή των δύο συναρτήσεων δομής ονομάζεται Callan-Gross.



Σχ. 4.3.1 Η συνάρτηση δομής $F_2 = v\,W_2$ συναρτήσει του Q^2 για x=1/4. Είναι εμφανές ότι η F_2 είναι ανεξάρτητη της Q^2.

4.3.2 Κατανομή των Quark μέσα στο Πρωτόνιο

Όπως έχει αναφερθεί παραπάνω, τα αδρόνια είναι γραμμικοί συνδυασμοί τριών quark. Πιο συγκεκριμένα, το πρωτόνιο είναι ένας uud συνδυασμός και το νετρόνιο ένας udd συνδυασμός. Τα τρία αυτά quark ονομάζονται quark σθένους (valence quarks) και συμβολίζονται με ένα δείκτη v, για να διαχωριστούν από τα εν δυνάμει quark και antiquark που παράγονται από τα γλουόνια που εκπέμπουν αυτά (βλ. *μοντέλο παρτονίων* §.2.3). Τα εν δυνάμει (anti)quark ονομάζονται στο σύνολό τους **θάλασσα quark** και συμβολίζονται με ένα δείκτη s.

Σε πρώτη προσέγγιση δεχόμαστε ότι στην θάλασσα των quark υπάρχουν μόνο τα τρία ελαφρότερα quark (u, d & s) με την ίδια συχνότητα και κατανομή ορμής. Τότε, η κατανομή των quark στο πρωτόνιο μπορεί να περιγραφεί με την παρακάτω μορφή:

$$u(x) = u_v(x) + u_s(x) \qquad \bar{u}(x) = \bar{u}_s(x)$$
$$d(x) = d_v(x) + d_s(x) \qquad \bar{d}(x) = \bar{d}_s(x)$$
$$s(x) = s_s(x) \qquad \bar{s}(x) = \bar{s}_s(x)$$

όπου

$$u_s(x) = d_s(x) = s_s(x) = \overline{u_s}(x) = \overline{d_s}(x) = \overline{s_s}(x) = S(x)$$

και $S(x)$ είναι η κοινή κατανομή των quark θάλασσας.

Η uud δομή του πρωτονίου τώρα εκφράζεται από τις σχέσεις

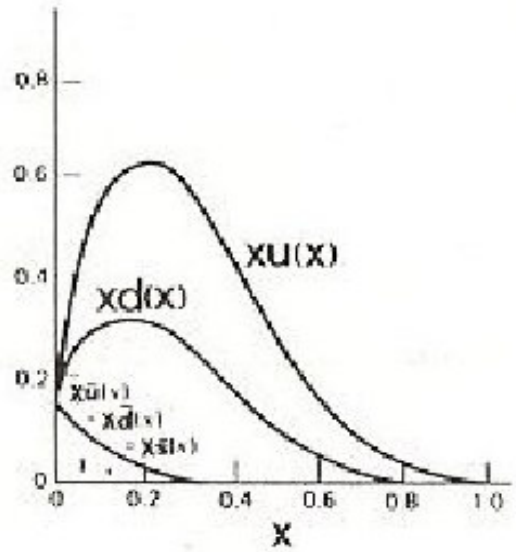
$$\int \left(u(x) - \bar{u}(x)\right)dx = 2$$
$$\int \left(d(x) - \bar{d}(x)\right)dx = 1$$
$$\int \left(s(x) - \bar{s}(x)\right)dx = 0$$

Με την χρήση των παραπάνω ολοκληρωτικών τύπων, και τα αποτελέσματα της § 4.3.1, μπορούμε να υπολογίσουμε τις συναρτήσεις δομής των quark

$$\frac{1}{x}F_2(ep) = \left(\frac{2}{3}\right)^2\left(u(x) + \bar{u}(x)\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2\left(d(x) + \bar{d}(x)\right) +$$
$$+ \left(\frac{1}{3}\right)^2\left(s(x) + \bar{s}(x)\right)$$

Αν παραλείψουμε τον strange όρο για απλοποίηση, η παραπάνω σχέση γίνεται

$$\frac{1}{x}F_2(ep) = \frac{4}{9}\left(u(x) + \bar{u}(x)\right) + \frac{1}{9}\left(d(x) + \bar{d}(x)\right)$$



Σχ. 4.3.2.1 Τα αποτελέσματα της ανάλυσης για τις συναρτήσεις δομής των quark

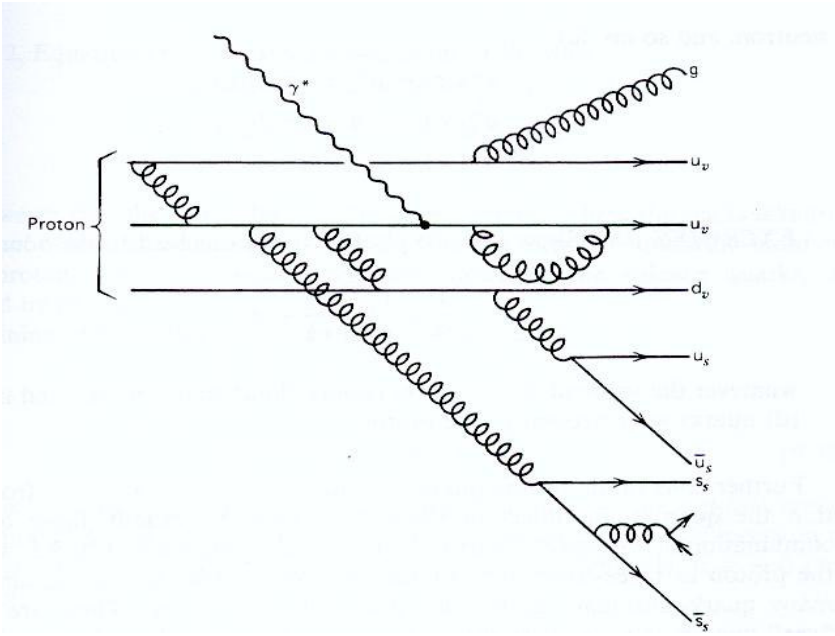
όπου ο συμβολισμός (ep) εννοεί βαθιά ανελαστική σκέδαση ηλεκτρονίου – πρωτονίου.

Οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να επεκταθούν και στην περίπτωση βαθιάς ανελαστικής σκέδασης ηλεκτρονίου – νετρονίου με τις ανταλλαγές $u \leftrightarrow d$ και $\bar{u} \leftrightarrow \bar{d}$ οπότε έχουμε την σχέση

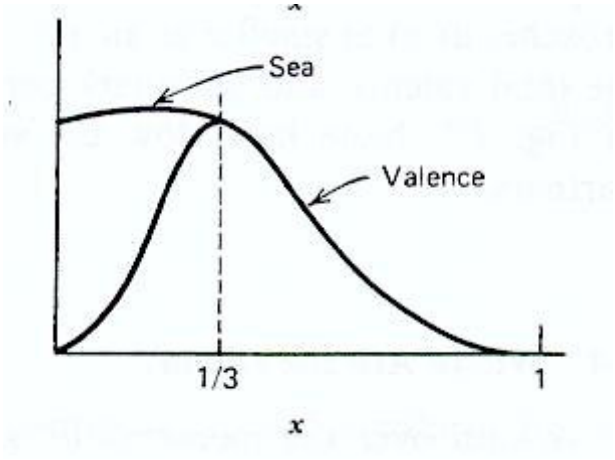
$$\frac{1}{x}F_2(en) = \frac{4}{9}\left(d(x) + \bar{d}(x)\right) + \frac{1}{9}\left(u(x) + \bar{u}(x)\right)$$

Οι συναρτήσεις δομής F_2(ep) και F_2(en) έχουν υπολογισθεί πειραματικά και έτσι καταλήγουμε στα συμπεράσματα του σχήματος 4.3.2.1 για τις συναρτήσεις δομής των quark

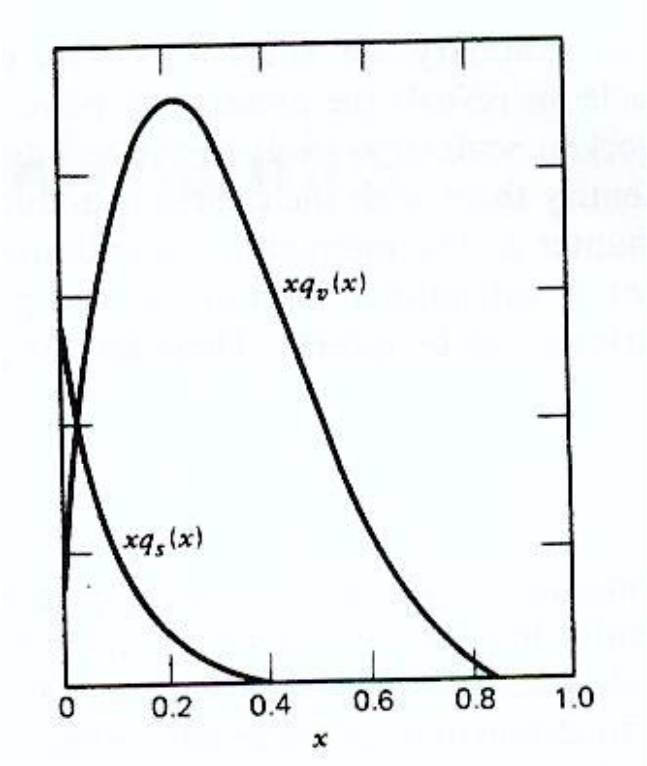
Άρα, θεωρώντας πως το πρωτόνιο αποτελείται από τρία δεσμευμένα quark σθένους (valence quarks), γλουόνια, και κάποια αργά θραύσματα, π.χ. $g \to q\bar{q}$, (βλέπε σχήμα 4.3.2.2), τότε αναμένουμε η συνάρτηση δομής της βαθιάς ανελαστικής σκέδασης ηλεκτρονίου – πρωτονίου να έχει την μορφή του σχήματος 4.3.2.3. Σε αυτή τη συνάρτηση δομής τα quark σθένους και η θάλασσα quark δεν έχουν την ίδια συνεισφορά, αντίθετα στην δομή του πρωτονίου συνεισφέρουν κύρια τα quark σθένους όπως φαίνεται και από το σχήμα 4.3.2.4.



Σχ. 4.3.2.2 Σχηματική απεικόνιση του πρωτονίου αποτελούμενου από 3 quark σθένους, γλουόνια, και θραύσματα αποτελούμενα από ζεύγη $q\bar{q}$.



Σχ. 4.3.2.3 Η συνάρτηση δομής της βαθιάς ανελαστικής σκέδασης ηλεκτρονίου - πρωτονίου που αντιστοιχεί στην εικόνα του πρωτονίου του σχήματος 4.3.2.2.



Σχ. 4.3.2.4 Οι συνεισφορές των quark σθένους και των sea quarks στην συνάρτηση δομή του πρωτονίου του σχήματος 4.3.2.3

4.3.3 Και τα γλουόνια;

Αν αθροίσουμε στις ορμές όλων των παρτονίων, τότε θα πρέπει να ανακατασκευάσουμε την ορμή p του πρωτονίου. Όμως το ποσοστό της ορμής το οποίο διαθέτουν τα γλουόνια δε είναι άμεσα παρατηρήσιμα μέσω της χρήση ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων, αφού τα γλουόνια δεν φέρουν ηλεκτρικό φορτίο. Άρα πειραματικά παρατηρούμε μόνο την ορμή των φορτισμένων παρτονίων, valence και sea quarks. Από τις συναρτήσεις δομής μπορούμε να εξάγουμε το συμπέρασμα πως τα u και $\bar{u}$ quark μεταφέρουν το 36% της ορμής του πρωτονίου, τα $d,\bar{d}$ το 18% της ορμής του πρωτονίου, ενώ τα $s,\bar{s}$ από την θάλασσα των quark πολύ μικρότερο ποσοστό (αμελητέα μικρό). Από αυτά τα δεδομένα διαπιστώνουμε πως γλουόνια θα πρέπει να μεταφέρουν το 46% περίπου της ορμής του πρωτονίου, δηλαδή ένα ιδιαιτέρως σημαντικό τμήμα αυτής.

4.4 Πειραματικές Μετρήσεις των παραγόντων μορφής

Οι πρώτες πειραματικές μετρήσεις των παραγόντων μορφής του πρωτονίου και του νετρονίου πραγματοποιήθηκαν την περίοδο μεταξύ 1955 και 1961. Στα πειράματα αυτά χρησιμοποιήθηκαν ηλεκτρόνια με ενέργειες μέχρι $1.3GeV$ και αποκτήθηκαν δεδομένα στο διάστημα $0 \le q^2 \le 40 fm^{-2}$. Η απότομη πτώση της καμπύλης $F(q)$ καθώς αυξάνεται το q (Σχήμα 4.2.1.2) μας οδηγεί στο συμπέρασμα πως το φορτίο και η μαγνητική ροπή κατανέμονται σε όλο τον όγκο του νουκλεονίου.

Στην συνέχεια (1963) αποκτήθηκαν πειραματικά δεδομένα για τιμές του q^2 μέχρι τα $125 fm^{-2}$. Στα δεδομένα αυτά οι παράγοντες μορφής συνέχιζαν να επιδεικνύουν την ομαλή φθίνουσα συμπεριφορά τους και έτειναν στο μηδέν με ρυθμό ανάλογο του $1/q^2$. Αυτό το δεδομένο έδειχνε πως το νουκλεόνιο δεν διέθετε πυρήνα, όπως είχε προταθεί προηγούμενα, αλλά οι κατανομές φορτίου και μαγνητικής ροπής μεταβάλλονταν ομαλά.

Τα σημαντικότερα αποτελέσματα στην μελέτη της σκέδασης $(e-N)$ τα έδωσαν τα πειράματα ελαστικής σκέδασης που πραγματοποιήθηκαν στον γραμμικό επιταχυντή του Stanford, ξεκινώντας από το 1966. Η πειραματική διάταξη είχε ως εξής: Ηλεκτρόνια επιταχύνονταν σε ενέργειες $21GeV$ και συγκρούονταν με στόχους υγρού υδρογόνου ή δευτερίου. Τα σκεδαζόμενα ηλεκτρόνια καταγράφονταν από φασματογράφους. Η ακρίβεια στην μέτρηση της ορμής των ηλεκτρονίων έφτανε το 0.7%, ενώ η ακρίβεια στην μέτρηση της γωνίας σκέδασης τα $3'$. Οι τιμές του q^2 που επιτεύχθηκαν σε αυτά τα πειράματα ανέρχονταν σε αρκετές εκατοντάδες fm^{-2}.

Τα κύρια αποτελέσματα αυτής της πειραματικής προσπάθειας εκφράστηκαν μέσω των σχέσεων $G_E^{(p)} = \frac{G_M^{(p)}}{|\mu_p|} = \frac{G_M^{(n)}}{|\mu_n|} = G(q^2) = \left(\frac{1}{1+q^2/0.71}\right)^2$ και $G_E^{(n)} = 0.$

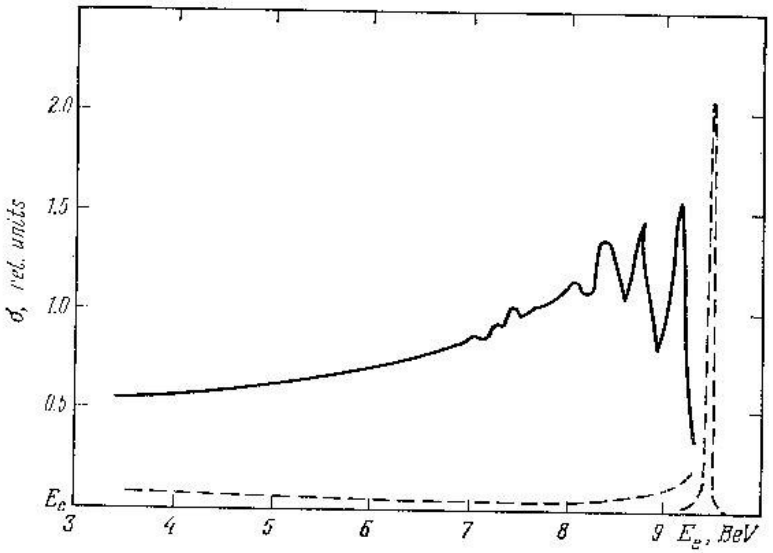
Από αυτές συνεπάγεται πως το πρωτόνιο και το νετρόνιο έχουν την ίδια δομή, πως υπάρχει σχέση μεταξύ της κατανομής του φορτίου και της μαγνητικής ροπής καθώς και ότι $G(q^2) \propto 1/q^4$.

Σημειώνεται πως η εκθετική κατανομή φορτίου και μαγνητικής ροπής που αντιστοιχεί σε αυτούς του παράγοντες μορφής είναι η $f(r) = 3.06\exp(-4.25 \cdot r)$, δηλαδή $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0.815\, fm$.

Τα πειραματικά αυτά δεδομένα δεν έδωσαν οριστική λύση στο ερώτημα που αφορούσε την μέση τετραγωνική ακτίνα του νουκλεονίου, ενώ ο νόμος $G(q^2) \propto 1/q^4$ ερχόταν σε αντίθεση με τα υπάρχοντα έως τότε πειραματικά δεδομένα.

Πολύ ενδιαφέροντα αποτελέσματα ελήφθησαν και από την μελέτη της ανελαστικής σκέδασης ηλεκτρονίων από πρωτόνια. Το φάσμα της ενέργειας του σκεδαζόμενου ηλεκτρονίου με μια αρχική ορμή των $10GeV$ φαίνεται στο επόμενο σχήμα (Σχήμα 4.4.1). Στο σχήμα αυτό η διακεκομμένη γραμμή αντιστοιχεί στην ελαστική σκέδαση, ενώ η συνεχής γραμμή στην ανελαστική σκέδαση. Το δεξί τμήμα του ανελαστικού φάσματος εμφανίζει κορυφές που αντιστοιχούν σε διεγέρσεις του νουκλεονίου, δηλαδή στη δημιουργία συντονισμών νουκλεονίου – πιονίου. Την ίδια στιγμή το αριστερό τμήμα της ίδιας καμπύλης, το οποίο αντιστοιχεί σε ιδιαιτέρως ανελαστική σκέδαση, εμφανίζει ομαλή συμπεριφορά.

Συγκριτική ανάλυση των δύο φασμάτων δείχνει πως το ύψος τόσο των ανελαστικών όσο και της ελαστικής κορυφής ελαττώνεται με την αύξηση του



Σχ. 4.4.1 Ενεργειακό φάσμα ηλεκτρονίων αρχικής ενέργειας $10GeV$,για ελαστική (διακεκομμένη) και ανελαστική (συνεχής) σκέδαση. Η «ουρά» στα αριστερά της ελαστικής κορυφής οφείλεται σε «μαλακά» φωτόνια εκπεμπόμενα από το ηλεκτρόνιο, ενώ το ύψος της ελαστικής κορυφής μειώνεται στο 1/5 της τιμής του.

q. Αυτό το γεγονός οδηγεί στο συμπέρασμα πως το νουκλεόνιο έχει μέγεθος της ίδιας τάξης στην θεμελιώδη και στις διεγερμένες του καταστάσεις.

Το ομαλό κομμάτι του ανελαστικού φάσματος συμπεριφέρεται εντελώς διαφορετικά. Οι μετρήσεις έδειξαν πως καθώς το q^2 αυξάνει από 0 μέχρι $175 fm^{-2}$, η ενεργός διατομή της ελαστικής σκέδασης ελαττώνεται κατά έναν παράγοντα 10^4, ενώ την ίδια στιγμή η ενεργός διατομή της ανελαστικής σκέδασης ελαττώνεται κατά έναν παράγοντα 20. Η τελευταία αυτή αργή μεταβολή της ενεργού διατομής με την αύξηση του q^2 οδηγεί στο συμπέρασμα πως η σκέδαση πραγματοποιείται από ένα σημειακό σωματίδιο. Το πρόβλημα αυτό λύθηκε από τον Feynman με την εισαγωγή του μοντέλου των παρτονίων για το νουκλεόνιο (§2.3 και επόμενη).

4.5 Πως το μοντέλο των παρτονίων εξηγεί τα πειραματικά δεδομένα

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, το μοντέλο των παρτονίων βασίζεται στην παραδοχή πως το νουκλεόνιο σε κατάσταση ηρεμίας είναι ένα σύνθετο σωματίδιο αποτελούμενο από φανταστικά σημειακά σωματίδια, τα παρτόνια. Η μάζα αυτών των σωματιδίων είναι συγκρίσιμη με την ενέργεια δέσμευσης του νουκλεονίου και αυτό το γεγονός καθορίζει την μέγιστη ορμή τους εντός του νουκλεονίου.

Θεωρώντας την αλληλεπίδραση ηλεκτρονίου – πρωτονίου σε ένα σύστημα συντεταγμένων στο οποίο το νουκλεόνιο έχει πολύ μεγάλη διαμήκη ορμή, βρίσκουμε πως η εγκάρσια ορμή λόγω της κίνησης των παρτονίων θα πρέπει να είναι πολύ μικρότερη από την διαμήκη ορμή του νουκλεονίου. Αυτό σημαίνει πως μπορούμε να δούμε το νουκλεόνιο σαν ένα σύννεφο από παρτόνια που κινείται ελεύθερα με ταχύτητα $u \approx c$. Αυτό, από άποψη σχετικιστικής διαστολής χρόνου, έχει ως αποτέλεσμα τα παρτόνια να έχουν χρόνο ζωής μεγαλύτερο από την χρονική κλίμακα της ανελαστικής σκέδασης, η οποία λόγω μεγάλης μεταφοράς ενέργειας χαρακτηρίζεται από μικρή διάρκεια. Αυτό έχει ως συνέπεια τα ηλεκτρόνια να συναντούν απομονωμένα παρτόνια του νέφους και άρα να σκεδάζονται από σημειακά σωματίδια.

Το μοντέλο αυτό επιβεβαιώνεται τόσο από το γεγονός πως οι ενεργές διατομές της ανελαστικής σκέδασης ηλεκτρονίων από πρωτόνια και νετρόνια ακολουθούν την προβλεπόμενη από το μοντέλο συμπεριφορά, αλλά και από την ιδιαζόντως μεγάλη ενεργό διατομή στην εξαϋλωση ηλεκτρονίου – ποζιτρονίου σε υψηλές ενέργειες.

Παράλληλα θα πρέπει να τονιστεί πως με βάση το μοντέλο των παρτονίων αναμένουμε $G(q^2) \propto q^{-2(n-1)}$, για μεγάλα q και με n να συμβολίζει τον ελάχιστο αριθμό συνιστώντων παρτονίων. Άρα αν θεωρήσουμε πως $n=3$, όπως υπαγορεύεται από το μοντέλο των quark, έχουμε $G(q^2) \propto 1/q^4$, δηλαδή εξηγούνται τα πειραματικά δεδομένα του Stanford.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

1. F. Halzen & A.D. Martin, Quarks & Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics, Wiley (1984)
2. D.H. Perkins, Εισαγωγή στην Φυσική Υψηλών Ενεργειών, Τυπωθήτω (1998)
3. H. Georgi, Weak Interactions and Modern Particle Theory, Benjamin/Cummings (1984)
4. S. S. M. Wong, Introductory Nuclear Physics, Wiley (1980)
5. Π. Τσιλιμίγκρας, Φυσική Στοιχειωδών Σωματίων
6. Α. Βορβολάκος, Α. Πρινίας, Εξωτικά Βαρυόνια, Περισκόπιο της Επιστήμης, Τεύχος 275 (2003)
7. Κ. Ν. Παπανικόλας, Το σχήμα των Αδρονίων
8. Α. Δ. Παναγιώτου, Φυσική του πυρήνα
9. T. W. Donelly, Electromagnetic and weak currents in nuclei
10. K. Garthy, Τα κείμενα των Πυθαγόρειων, Πύρινος Κόσμος (1995)
11. A. M. Bernstein, Deviation of the Nucleon Shape From Spherical Symmetry: Experimental Status
12. K. N. Mukhin, Experimental Nuclear Physics Vol. II, Mir Publishers, Moscow