

**1**: Βρείτε το πλήθος των βαθμών ελευθερίας, επιλέξτε γενικευμένες συντεταγμένες και γράψτε τις σχέσεις μεταξύ καρτεσιανών και γενικευμένων συντεταγμένων για πέντε από τα ακόλουθα μηχανικά συστήματα:

- (α) Επίπεδο εκκρεμές με ελαστικό νήμα.  
 (β) Σφαιρικό εκκρεμές (δηλ. σώμα δεμένο σε αβάρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο κινείται στο χώρο και όχι σε ένα κατακόρυφο επίπεδο όπως το επίπεδο εκκρεμές).  
 (γ) Διπλό επίπεδο εκκρεμές.  
 (δ) Διπλό σφαιρικό εκκρεμές.  
 (ε) Σώμα που κινείται σε επιφάνεια η οποία, σε κυλινδρικές συντεταγμένες  $(\varpi, \phi, z)$ , έχει μορφή  $z = z(\varpi)$  (η συνάρτηση  $z(\varpi)$  θεωρείται γνωστή).  
 (στ) Σώμα που κινείται στην επιφάνεια σφαιρικού μπαλονιού, του οποίου η ακτίνα μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση  $r = R_2 + (R_1 - R_2)e^{-t/t_0}$ , με  $R_1, R_2, t_0$  σταθερές.  
 (ζ) Σώμα κινείται στην επιφάνεια ελλειψοειδούς  $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1$ , όπου  $a, b, c$  σταθερές. (Η πιο βολική επιλογή γενικευμένων συντεταγμένων αποτελεί γενίκευση της παραμετρικής γραφής σημείων μιας σφαιρικής επιφάνειας  $x = R \sin \theta \cos \phi$ ,

$$y = R \sin \theta \sin \phi, z = R \cos \theta.)$$

- (η) Όρθιος τροχός κυλιέται σε ευθύγραμμη πορεία, χωρίς να γλιστρά.  
 (θ) Δαχτυλίδι κινείται πάνω σε αβαρή ράβδο η οποία περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από άξονα κάθετο σε αυτή, που περνά από το ένα άκρο της.  
 (ι) Όμοια με πριν, αλλά η ράβδος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\vec{\omega}$ .  
 (ια) Δαχτυλίδι κινείται περασμένο σε κατακόρυφη κυκλική στεφάνη, το επίπεδο της οποίας περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\vec{\omega}$  γύρω από άξονα παράλληλο στην κατακόρυφη διάμετρο της στεφάνης.  
 (ιβ) Δαχτυλίδι κινείται σε αβαρή ράβδο μήκους  $\ell$ , τα άκρα της οποίας μπορούν να κινούνται πάνω στις πλευρές μιας γωνίας με άνοιγμα  $\theta$ .  
 (ιγ) Δύο σημειακά σώματα, στηριγμένα στο άκρο ελατηρίου, κινούνται στο επίπεδο.  
 (ιδ) Μόριο πολυμερούς κινείται στο χώρο. Αποτελείται από 100 άτομα (σημειακά σωματίδια) με τους χημικούς δεσμούς μεταξύ τους να μοντελοποιούνται σαν ελατήρια.  
 (ιε) Όμοια με πριν, αλλά με σταθερές αποστάσεις μεταξύ των ατόμων.