

Μηχανική Ι – Εργασία #2

Χειμερινό εξάμηνο 2016-2017

Ν. Βλαχάκης

1. Σε μια κυκλική κίνηση το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται με τρόπο ώστε οι δύο συνιστώσες της επιτάχυνσης, επιτρόχια και κεντρομόλος, να έχουν ίσα μέτρα. Βρείτε την ταχύτητα και τη θέση σε κάθε χρόνο.

2. Κυλινδρική έλικα έχει εξίσωση $\{\varpi = R, z = RA(1 - e^{-\phi/A})\}$, όπου R η κυλινδρική ακτίνα και A σταθερά. Δαχτυλίδι είναι περασμένο και κινείται στην έλικα αυτή με τρόπο ώστε η αζιμουθιακή γωνία αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο, $\phi = A\lambda t$ με σταθερό λ .

(α) Βρείτε την ταχύτητα και την επιτάχυνση του δαχτυλιδιού σε κάθε χρόνο.

(β) Δείξτε ότι η επιτρόχια και κεντρομόλος επιτάχυνση είναι $\vec{a}_\epsilon = -\frac{A\lambda^2 R}{1 + e^{2\lambda t}} (\hat{\phi} + e^{-\lambda t} \hat{z})$ και

$$\vec{a}_\kappa = -A^2 \lambda^2 R \hat{\varpi} + \frac{A\lambda^2 R}{1 + e^{2\lambda t}} (\hat{\phi} - e^{\lambda t} \hat{z}).$$

(γ) Ποια η ακτίνα καμπυλότητας της έλικας;

(δ) Αν η μάζα του δαχτυλιδιού είναι m πόση ενέργεια δίνει ή παίρνει συνολικά (από $t = 0$ ως πολύ μεγάλους χρόνους) αυτός που φροντίζει η κίνηση του δαχτυλιδιού να γίνεται με $\phi = A\lambda t$; (Αγνοήστε βάρος και τριβές.)

3. Αν ισχύει $a_r = -v^2/r$ δείξτε ότι $r = \sqrt{Ct + D}$, όπου C και D σταθερές,

(α) χρησιμοποιώντας τις εκφράσεις ταχύτητας και επιτάχυνσης σε σφαιρικές συντεταγμένες,

(β) γράφοντας τη σχέση σαν $\vec{a} \cdot \vec{r} + \vec{v} \cdot \vec{v} = 0$ και ολοκληρώνοντας διανυσματικά.