

Μηχανική Ι – Εργασία #1

Χειμερινό εξάμηνο 2016-2017

Ν. Βλαχάκης

1. Σύμφωνα με τη Γενική Θεωρία της Σχετικότητας αν μια ακτίνα φωτός περάσει κοντά από ένα άστρο η πορεία της καμπυλώνεται. Η γωνία καμπύλωσης θ εξαρτάται από την ελάχιστη απόσταση από το κέντρο του άστρου r , από τη μάζα του άστρου M , από τη σταθερά παγκόσμιας έλξης G και από την ταχύτητα του φωτός c . Βρείτε με διαστατική ανάλυση πόση είναι η γωνία θ , θεωρώντας ότι είναι ανάλογη της μάζας του άστρου.

Εφαρμόστε για τον Ήλιο.

[Gravitational Deflection of Light](#) 

2. Έστω διάνυσμα $\vec{R}(\lambda)$ (συνάρτηση της μεταβλητής λ) για το οποίο ισχύει $\frac{d^2\vec{R}}{d\lambda^2} \cdot \vec{R} + \frac{d\vec{R}}{d\lambda} \cdot \frac{d\vec{R}}{d\lambda} = 0$.

Ολοκληρώνοντας δύο φορές την παραπάνω σχέση δείξτε ότι $|\vec{R}| = \sqrt{C\lambda + D}$, όπου C και D σταθερές ολοκλήρωσης.

3. Έστω σώμα του οποίου η θέση σε κάθε χρόνο είναι (σε κατάλληλες μονάδες)

$$\vec{r} = \cos t \hat{x} + \sin t \hat{y} + 10(1 - e^{-t/10}) \hat{z}.$$

(α) Σχεδιάστε την προβολή της τροχιάς στο επίπεδο xy .

(β) Σχεδιάστε την τρισδιάστατη τροχιά.

(γ) Βρείτε την ταχύτητα και την επιτάχυνση σαν συναρτήσεις του χρόνου.

(δ) Δείξτε ότι η \hat{z} συνιστώσα της στροφορμής διατηρείται.

(ε) Υπάρχει στιγμή στην οποία η επιτάχυνση είναι κάθετη στο διάνυσμα θέσης;

(στ) Γράψτε την επιτάχυνση σαν $\vec{a} = a_x(x) \hat{x} + a_y(y) \hat{y} + a_z(z) \hat{z}$ (βρείτε τις συναρτήσεις $a_x(x)$, $a_y(y)$ και $a_z(z)$).

(ζ) Γράψτε την επιτάχυνση σαν $\vec{a} = \vec{\omega} \times \vec{v} - kv_z \hat{z}$ όπου k σταθερά και το $\vec{\omega}$ είναι σταθερό διάνυσμα στην \hat{z} κατεύθυνση (βρείτε τα k και $\vec{\omega}$).