

## Μηχανική Ι – Εργασία #4

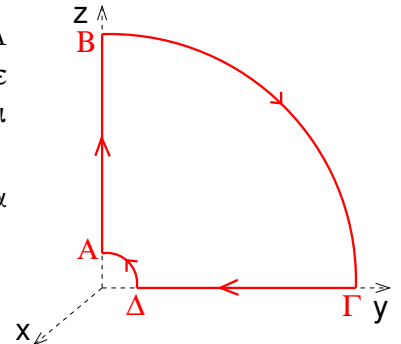
Χειμερινό εξάμηνο 2014-2015

Ν. Βλαχάκης

1. Έστω πεδίο δύναμης  $\vec{F} = \frac{3zx\hat{x} + 3zy\hat{y} + (\lambda z^2 - x^2 - y^2)\hat{z}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}}$ , όπου  $\lambda$  σταθερά.

(α) Ποιο το έργο της  $\vec{F}$  για την κλειστή διαδρομή  $A \rightarrow B \rightarrow \Gamma \rightarrow \Delta \rightarrow A$  του σχήματος, όπου  $A(0, 0, 1)$ ,  $B(0, 0, R)$ ,  $\Gamma(0, R, 0)$ ,  $\Delta(0, 1, 0)$  με  $R \rightarrow \infty$ ; Οι διαδρομές  $AB$  και  $\Gamma\Delta$  είναι ευθύγραμμες, ενώ οι  $B\Gamma$  και  $\Delta A$  τεταρτοκύκλια.

(β) Με βάση το προηγούμενο αποτέλεσμα μπορούμε να κρίνουμε για ποια τιμή της σταθεράς  $\lambda$  ίσως η  $\vec{F}$  είναι συντηρητική;  
Για αυτή τη τιμή του  $\lambda$  είναι πράγματι συντηρητική;  
Αν ναι, ποια η συνάρτηση δυναμικής ενέργειας  $V(x, y, z)$ ;



2. Για  $\lambda = 2$  το πεδίο δύναμης της προηγούμενης άσκησης γράφεται σε σφαιρικές συντεταγμένες  $\vec{F} = \frac{2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta}}{r^3}$ .

Αναζητήστε κυκλική τροχιά γύρω από τον άξονα  $z$  (δηλ.  $r = \text{σταθερό}$ ,  $\theta = \text{σταθερό}$ ) για κίνηση μάζας  $m$  στο παραπάνω πεδίο. Δείξτε ότι είναι δυνατή μόνο αν  $\tan \theta = -\sqrt{2}$  και ότι είναι ομαλή κυκλική.