

Μηχανική Ι – Εργασία #3

Χειμερινό εξάμηνο 2014-2015

Ν. Βλαχάκης

1. Η θέση σώματος σαν συνάρτηση του χρόνου t είναι

$$x(t) = e^t \cos t, \quad y(t) = e^t \sin t, \quad z(t) = 0.$$

- (α) Ποιο το μοναδιαίο $\hat{e}(t)$ στη φορά κίνησης και ποια η γωνία μεταξύ ταχύτητας \vec{v} και θέσης \vec{r} ;
- (β) Ποιο το μοναδιαίο $\hat{n}(t)$ προς το κέντρο καμπυλότητας της τροχιάς και ποια η ακτίνα καμπυλότητας $R(t)$;
- (γ) Γράψτε την τροχιά σε κυλινδρικές συντεταγμένες.
- (δ) Σε κυλινδρικές βρείτε την ταχύτητα, το μοναδιαίο $\hat{e}(t)$ στη φορά κίνησης και τη γωνία μεταξύ ταχύτητας \vec{v} και θέσης \vec{r} .
- (ε) Σε κυλινδρικές βρείτε την επιτάχυνση. Αναλύστε την επιτάχυνση σε επιτρόχια και κεντρομόλο.

2. Σώμα μάζας $m = 4$ (όλα τα μεγέθη δίνονται στο σύστημα SI) κινείται υπό την επίδραση δύναμης $\vec{F} = 4\hat{x} + 12t^2\hat{y}$. Η αρχική του ταχύτητα είναι $2\hat{x} + \hat{y} + 2\hat{z}$.

- (α) Βρείτε την ταχύτητα συναρτήσει του χρόνου.
- (β) Βρείτε την ισχύ της δύναμης σε κάθε χρόνο και μέσω αυτής, το έργο της δύναμης για το χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq 1$.
- (γ) Βρείτε την κινητική ενέργεια του σώματος για $t = 0$ και $t = 1$. Ποια η μεταβολή της;
- (δ) Ποια η μεταβολή της θέσης του σώματος ($\Delta\vec{r}$) από $t = 0$ μέχρι ένα τυχαίο χρόνο t ;
- (ε) Αν το σώμα περνά από την αρχή των αξόνων το χρόνο $t = 1$ που βρισκόταν το χρόνο $t = 0$;

3. Αν πετάξουμε προς τα πάνω σώμα μάζας m , λόγω του βάρους του mg φτάνει σε ύψος h_0 πάνω από το σημείο εκκίνησης. Αν πετάξουμε με την ίδια αρχική ταχύτητα άλλο σώμα μάζας m στο οποίο εκτός του βάρους ασκείται και αντίσταση λv (με λ σταθερά), αυτό φτάνει σε ύψος h .

(α) Βρείτε το λόγο $\frac{h}{h_0}$ συναρτήσει του $\epsilon = \frac{\lambda v_0}{mg}$.

(β) Δείξτε ότι στο όριο της μικρής αντίστασης $\epsilon \ll 1$ είναι $\frac{h}{h_0} \approx 1 - \frac{2}{3}\epsilon$.