

Μηχανική Ι – Εργασία #2

Χειμερινό εξάμηνο 2013-2014

Ν. Βλαχάκης

1. Αυτοκίνητο παίρνει μια αριστερή στροφή σε οριζόντιο δρόμο με ακτίνα καμπυλότητας R (την οποία θεωρούμε σταθερή). Το αυτοκίνητο κινείται με γωνιακή ταχύτητα ω (τρέχει με ταχύτητα ωR). Από το δάπεδο του αυτοκινήτου πετάμε προς τα πάνω σώμα με ταχύτητα v_0 . Αγνοώντας την αντίσταση του αέρα το σώμα βρίσκεται στον αέρα χρόνο $t = 2v_0/g$ πριν επιστρέψει στο δάπεδο.

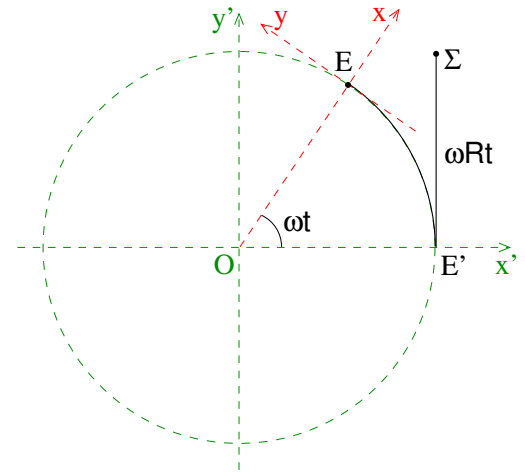
(α) Πόσο δεξιά και πόσο πίσω από το σημείο εκκίνησης επιστρέφει στο δάπεδο του αυτοκινήτου;

Υπόδειξη: Στο σχήμα E' είναι το σημείο εκκίνησης, E είναι η θέση του σημείου εκκίνησης μετά χρόνο t και Σ η θέση του σώματος μετά χρόνο t . Βρείτε το διάνυσμα $E\Sigma = OE' + E'\Sigma - OE$ αρχικά στη βάση \hat{x}', \hat{y}' και κατόπιν τις προβολές του στα \hat{x}, \hat{y} του σχήματος (τα οποία είναι τα $\hat{\omega}, \hat{\phi}$ για την τροχιά του αυτοκινήτου).

(β) Απλοποιήστε το αποτέλεσμα αν η γωνία που διαγράφει το αυτοκίνητο όσο κινείται το σώμα είναι μικρή, δηλ. $\omega t \ll 1$ (ισοδύναμα $2v_0\omega/g \ll 1$) χρησιμοποιώντας τα αναπτύγματα (για μικρά ϵ): $\sin \epsilon = \epsilon - \frac{\epsilon^3}{6} + \mathcal{O}(\epsilon^5)$, $\cos \epsilon = 1 - \frac{\epsilon^2}{2} + \mathcal{O}(\epsilon^4)$.

(γ) Μελετήστε την κίνηση της προβολής του σώματος στο δάπεδο: Βρείτε τις $x(t), y(t)$ του σημείου Σ στο σύστημα $Eaxy$ που κινείται με το αυτοκίνητο και σχεδιάστε την τροχιά. Ποια η ταχύτητα και επιτάχυνση του Σ στο σύστημα αυτό;

(δ) Τι κίνηση εκτελεί το E ως προς το Σ ; (Επαληθεύστε ότι η κίνηση είναι κυκλοειδής, δηλ. ίδια με την κίνηση σημείου στην περιφέρεια τροχού που κυλά χωρίς να γλιστράει.)



2. Έστω κίνηση σώματος με $\{\omega = \sqrt{1+t^2}, \phi = \arctan t, z = t\}$ σε κυλινδρικές συντεταγμένες. Ποια η ταχύτητα, ποια η \hat{z} συνιστώσα της στροφορμής και ποια η επιτάχυνση του σώματος; Τι συμπεραίνεται για την κίνηση; Ποιο το διάνυσμα θέσης και η ταχύτητα σε καρτεσιανές συντεταγμένες;