

1:

Κινητό ακολουθεί σπειροειδή τροχιά με εξίσωση $\{r = r_0 e^{\omega t}, \phi = \omega t\}$ σε πολικές συντεταγμένες, όπου r_0 και ω θετικές σταθερές.

Βρείτε την ταχύτητα και επιτάχυνση σε κάθε χρόνο t .

Ποια η γωνία μεταξύ ταχύτητας και επιτάχυνσης;

2:

Σε ένα τσίρκο με κυκλική πίστα ακτίνας R ένας θηριοδαμαστής και μια τίγρης παίζουν το ακόλουθο παιχνίδι:

Ο θηριοδαμαστής (Θ) κινείται στην περίμετρο της πίστας με ταχύτητα σταθερού μέτρου v , οπότε η τροχιά του σε πολικές συντεταγμένες είναι $\{r_\Theta = R, \phi_\Theta = (v/R)t\}$.

Η τίγρης (T) ξεκινά το χρόνο $t = 0$ από το κέντρο της πίστας O και κινείται με ταχύτητα σταθερού μέτρου U και τρόπο ώστε πάντα να βρίσκεται πάνω στην (κινούμενη) ακτίνα από το O στο Θ (δηλ. αν r και ϕ είναι οι πολικές συντεταγμένες της τίγρης, $\phi = \phi_\Theta$).

Βρείτε τη διαφορική εξίσωση που δίνει το $r(t)$, δηλ. την $\frac{dr}{dt} = f(r)$. Λύστε την εξίσωση αυτή

και δείξτε ότι για $U \geq v$ η τίγρης θα φτάσει τον θηριοδαμαστή σε χρόνο $t = \frac{R}{v} \arcsin \frac{v}{U}$.

Τι σχήμα έχει η τροχιά της τίγρης;