



Θέμα 1^ο:

Έστω δύναμη \mathbf{F} η οποία σε Καρτεσιανές συντεταγμένες (x, y, z) γράφεται

$$\mathbf{F} = (20a^3x^4 - 20b^3x - \lambda y^2)\hat{\mathbf{x}} - c^2xy\hat{\mathbf{y}}, \text{ με } a, b, c \text{ θετικές σταθερές.}$$

(α) Για ποιό λ η δύναμη είναι συντηρητική και ποιά είναι τότε η συνάρτηση δυναμικής ενέργειας $V(x, y, z)$;

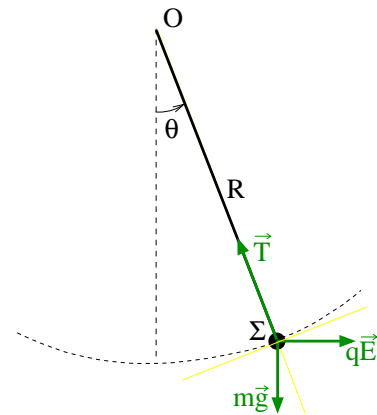
(β) Έστω σώμα μάζας m που κινείται υπό την επίδραση της \mathbf{F} , αρχικά βρίσκεται στο $x = y = z = 0$ και έχει ταχύτητα $\mathbf{v} = v_0\hat{\mathbf{x}}$. Στη περίπτωση αυτή $y(t) = z(t) = 0$ και το σώμα κινείται μονοδιάστατα στον άξονα $x'Ox$. Για ποιές τιμές της v_0 η κίνηση είναι περατωμένη (δηλαδή υπάρχει ελάχιστη και μέγιστη τιμή του x);

Θέμα 2^ο:

Σώμα μάζας m κινείται σε άξονα $x'Ox$ κάτω από την επίδραση δύναμης $F = kx$ με $k > 0$. Αρχικά βρίσκεται στη θέση $x = x_0 > 0$ και έχει ταχύτητα $v_0 < 0$. Για ποιές τιμές της v_0 φτάνει στο $x = 0$; Σε πόσο χρόνο συμβαίνει αυτό;

Θέμα 3^ο:

Σώμα μάζας m και φορτίου q είναι δεμένο στο ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους R , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακίνητο. Στο σώμα, εκτός το βάρος $m\mathbf{g}$ (με $\mathbf{g} = \text{σταθερό}$) και την τάση του νήματος T , ασκείται και δύναμη $q\mathbf{E}$ από οριζόντιο ηλεκτρικό πεδίο \mathbf{E} , όπως στο σχήμα, με $E = E_0 \cos(\omega t)$. Αρχικά (για $t = 0$) το σώμα είναι ακίνητο ($v = 0$) στην κατακόρυφη θέση ($\theta = 0$).



(α) Να μελετηθεί η κίνηση και συγκεκριμένα να βρεθεί η διαφορική εξίσωση που δίνει την $\theta(t)$.

(β) Το ηλεκτρικό πεδίο είναι αρχούντως μικρό ώστε να ισχύει $|\theta(t)| \ll 1$.

(β₁) Βρείτε την $\theta(t)$. Σχολιάστε τους όρους της λύσης.

(β₂) Ποιά η φυσική σημασία της περίπτωσης $\omega \approx \sqrt{g/R}$;

Δίνεται η ταυτότητα $\cos A - \cos B = 2 \sin \frac{B - A}{2} \sin \frac{B + A}{2}$.

Θέμα 4^ο:

Υλικό σημείο μάζας m κινείται σε πεδίο κεντρικών δυνάμεων $F = -kr$, $k > 0$. Για ποιά τιμή της ενέργειας και της στροφορμής θα είναι η τροχιά κυκλική με ακτίνα a ; Ποιά η συχνότητά της;