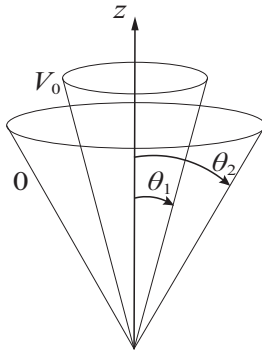




Θέμα 1^ο:

Πυκνωτής αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κώνους με κοινή μεν κορυφή, αλλά επαρκή μόνωση μεταξύ τους στην αρχή των αξόνων, καθώς και κοινό άξονα συμμετρίας τον άξονα z , όπως στο σχήμα παρακάτω.



Οι γωνίες κορυφής των δύο κώνων είναι θ_1 και θ_2 , με $\theta_2 > \theta_1$. Ο εξωτερικός κώνος γειώνεται και ο εσωτερικός φορτίζεται σε δυναμικό V_0 .

- α) Δείξτε ότι η συνάρτηση $a \ln \left(\tan \frac{\theta}{2} \right) + b$ είναι λύση της εξίσωσης Laplace.
β) Βρείτε το δυναμικό στο χώρο μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή.

Θέμα 2^ο:

Ηλεκτρικό δίπολο ροπής $\vec{p}$ είναι κάθετο σε γειωμένο αγωγίμο επίπεδο και σε απόσταση a πάνω από αυτό.
(α) Ποιο το ηλεκτρικό πεδίο πάνω από το επίπεδο;
(β) Ποια η δύναμη που ασκείται στο δίπολο;

Δίνεται το πεδίο διπόλου $\vec{E} = \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{z})\vec{z} - z^2\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 z^5}$, όπου $\vec{z} = \vec{r} - \vec{r}_{\text{δίπολου}}$.

Θέμα 3^ο:

Υλικό με μαγνητική διαπερατότητα μ φέρει μικρή σφαιρική οπή ακτίνας R . Στο κέντρο της οπής τοποθετείται πολύ μικρός μαγνήτης ροπής $\vec{m} = m\hat{z}$.

α) Δείξτε ότι υπάρχει μαγνητικό δυναμικό Φ_M ως λύση της Laplace $\nabla^2 \Phi_M = 0$ με $\vec{H} = -\vec{\nabla} \Phi_M$.

β) Αν το μαγνητικό δυναμικό έχει τη μορφή

$$\Phi_M(r, \theta) = \begin{cases} \frac{m \cos \theta}{4\pi r^2} + a_1 r \cos \theta & , r < R \\ \frac{b_1}{r^2} \cos \theta & , r > R \end{cases}$$

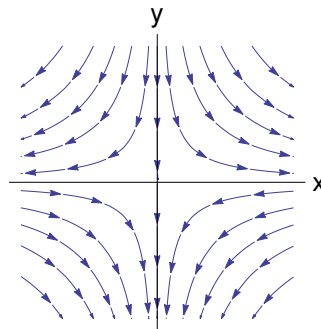
γράψτε τις συνοριακές συνθήκες για το Φ_M και υπολογίστε το πεδίο $\vec{H}$ μέσα και έξω από την οπή.

γ) Βρείτε το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ σε όλο το χώρο και τη μαγνήτιση $\vec{M}$ του υλικού.

Θέμα 4^ο:

Έστω το μαγνητικό πεδίο του παρακάτω σχήματος

$$\vec{B} = \begin{cases} C(x\hat{x} - y\hat{y}), y > 0 \\ C(-x\hat{x} + y\hat{y}), y < 0 \end{cases}, \text{ με } C \text{ θετική σταθερά.}$$



- (α) Ποια τα χωρικά και επιφανειακά ρεύματα;
(β) Βρείτε διανυσματικό δυναμικό $\vec{A}$.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ:

Σε σφαιρικές συντεταγμένες η κλίση γράφεται $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi}$ και η Λαπλασιαστική

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}.$$

Δίνεται επίσης η ταυτότητα $\sin \theta = 2 \sin(\theta/2) \cos(\theta/2)$.