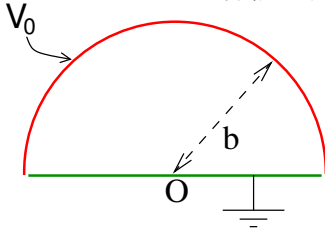




Θέμα 1^ο:

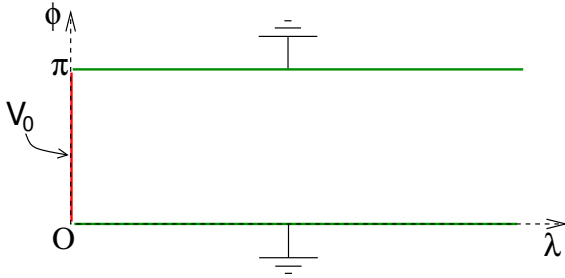
Ημικύλινδρος απείρου μήκους έχει ως συντεταγμένες $0 < r < b$, $0 < \phi < \pi$, $-\infty < z < +\infty$ και δυναμικά στην επιφάνειά του όπως στο σχήμα (με $V_0 = \text{σταθ.}$).



Να βρεθεί το δυναμικό στο εσωτερικό του.

Υπόδειξη: Δείξτε ότι η εξίσωση Laplace $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} = 0$ με τον μετασχηματισμό $r = b e^{-\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \ln \frac{b}{r}$ γίνεται $\frac{\partial^2 V}{\partial \lambda^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} = 0$

και άρα προκύπτει το γνωστό πρόβλημα του επόμενου σχήματος στις συντεταγμένες λ και ϕ .



Θέμα 2^ο:

Σφαιρικός πυκνωτής ακτίνων R_1 και R_2 ($R_1 < R_2$) είναι γεμάτος με γραμμικό διηλεκτρικό σταθεράς $\epsilon(\theta) = \epsilon_0 (1 + \cos^2 \theta)$. Ο εσωτερικός οπλισμός φορτίζεται σε δυναμικό V_0 και ο εξωτερικός γειώνεται.

(α) Βρείτε το δυναμικό αν γνωρίζετε ότι είναι σφαιρικά συμμετρικό, της μορφής $V = a_0 + \frac{b_0}{r}$.

(β) Υπολογίστε τα πεδία $\vec{E}$ και $\vec{D}$ στο χώρο μεταξύ των οπλισμών.

(γ) Βρείτε την πυκνότητα επιφανειακού ελεύθερου φορτίου στον εσωτερικό οπλισμό και το συνολικό ελεύθερο φορτίο Q . Ποια η χωρητικότητα του πυκνωτή;

Θέμα 3^ο:

Σφαιρικός φλοιός ακτίνας R είναι φορτισμένος με επιφανειακή πυκνότητα $\sigma = \sigma_0 \cos \theta$ και περιστρέφεται γύρω από τον άξονα z (που περνά από το κέντρο του) με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega} = \omega \hat{z}$.

(α) Βρείτε το επιφανειακό ρεύμα $\vec{K}$.

(β) Αν το διανυσματικό δυναμικό έχει μορφή $\vec{A} = A_\phi \hat{\phi}$ με $A_\phi = \begin{cases} a_2 r^2 \sin \theta \cos \theta, & r < R \\ \frac{b_2}{r^3} \sin \theta \cos \theta, & r > R \end{cases}$ εφαρμόστε συνοριακές συνθήκες για να βρείτε τους συντελεστές a_2 και b_2 .

Δίνεται σε σφαιρικές συντεταγμένες $\vec{\nabla} \times (A_\phi \hat{\phi}) = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (A_\phi \sin \theta)}{\partial \theta} \hat{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial (r A_\phi)}{\partial r} \hat{\theta}$.

Θέμα 4^ο:

Δύο κυκλικοί βρόχοι με ακτίνες 1 cm και $\sqrt{2}$ cm, αντίστοιχα, βρίσκονται στο επίπεδο xy συστήματος αναφοράς και έχουν κέντρο την αρχή του συστήματος. Οι βρόχοι διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα I_1 και I_2 . Μαγνητικό δίπολο ροπής $\vec{m} = -m \hat{z}$ με $m = 10^{-3} \text{ A m}^2$, βρίσκεται σε σημείο του άξονα x που απέχει $\sqrt{2} \text{ m}$ από το κέντρο των βρόχων.



(α) Έστω $I_1 = I_2 = 4 \text{ mA}$. Ποια η ροπή και ποια η ελκτική δύναμη που ασκούν οι ρευματοφόροι βρόχοι στο δίπολο; Δίνεται $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$.

(β) Ποια πρέπει να είναι η σχέση μεταξύ I_1 και I_2 ώστε να μην ασκείται δύναμη στο δίπολο;