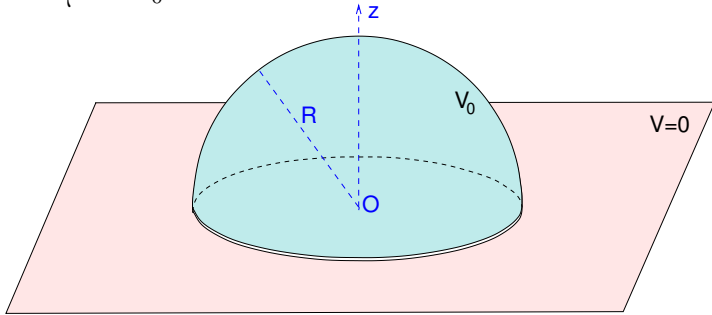




Θέμα 1^ο:

Πάνω στο άπειρο, αγωγίμο, γειωμένο επίπεδο του σχήματος προσκολλάται με λεπτή μόνωση ένα ημισφαιρικό αγωγίμο κέλυφος ακτίνας R , φορτισμένο σε δυναμικό V_0 .



Το δυναμικό στο χώρο $z > 0$ είναι της μορφής

$$V = \begin{cases} V_0 \sum_{\ell=0}^{\infty} a_{\ell} \left(\frac{r}{R}\right)^{\ell} P_{\ell}(\cos \theta) & \text{για } r \leq R \\ V_0 \sum_{\ell=0}^{\infty} a_{\ell} \left(\frac{R}{r}\right)^{\ell+1} P_{\ell}(\cos \theta) & \text{για } r \geq R \end{cases}$$

Θεωρήστε το είδωλο του ημισφαιρίου ως προς το επίπεδο και υπολογίστε τους συντελεστές a_{ℓ} .

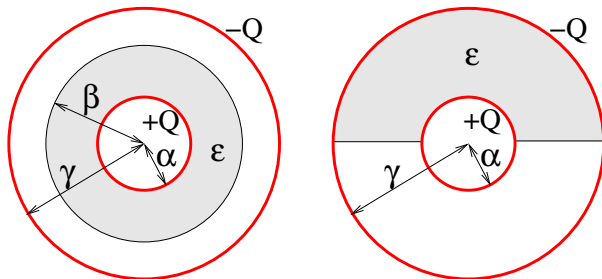
Για τα πολυώνυμα Legendre δίνονται

$$P_{\ell}(-x) = (-1)^{\ell} P_{\ell}(x), \quad \int_{-1}^1 P_{\ell}(x) P_n(x) dx = \frac{2\delta_{\ell n}}{2n+1},$$

$$\int_0^1 P_n(x) dx = \begin{cases} 1, & \text{αν } n = 0 \\ 0, & \text{αν } n \text{ άρτιο διάφορο του μηδενός} \\ \frac{1}{n(n+1)} P'_n(0), & \text{αν } n \text{ περιττό} \end{cases}$$

(τα $P'_n(0)$ θεωρούνται γνωστά).

Θέμα 2^ο:



Οι δύο πυκνωτές του σχήματος αποτελούνται από κυλινδρικούς αγωγίμους φλοιούς απειροστού πάχους, ακτίνων α , γ και μεγάλου μήκους $L (\gg \gamma)$, φορτισμένους με φορτίο $\pm Q$. Η γκρι περιοχή υποδηλώνει γραμμικό, ομογενές διηλεκτρικό διαπερατότητας ϵ . Ποια τα πεδία $\vec{D}$ και $\vec{E}$ και ποια η αποθηκευμένη ενέργεια σε κάθε πυκνωτή;

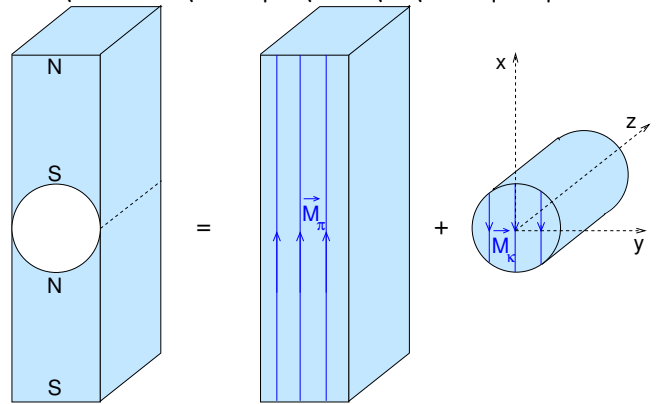
(Αγνοήστε τα περατωτικά πεδία κοντά στις βάσεις των κυλίνδρων.)

Υπόδειξη: Αιτιολογήστε γιατί στον αριστερό πυκνωτή το πεδίο $\vec{D}$ μεταξύ των οπλισμών έχει μορφή $\vec{D} = \frac{\lambda}{2\pi r} \hat{r}$ και βρείτε τη σταθερά λ .

Όμοια στον δεξιό πυκνωτή αιτιολογήστε γιατί το $\vec{E}$ έχει μορφή $\vec{E} = \frac{\lambda'}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{r}$ και βρείτε τη σταθερά λ' .

Θέμα 3^ο:

Χρησιμοποιώντας την αρχή της επαλληλίας βρείτε το μαγνητικό πεδίο στην κεντρική περιοχή του παρακάτω μαγνήτη (αριστερό σχήμα), το υλικό του οποίου είναι ομογενώς μαγνητισμένο με μαγνήτιση $\vec{M}$.



Όπως φαίνεται στο σχήμα, πρέπει να αθροίσετε (α) το πεδίο μιας πλάκας μεγάλων διαστάσεων και πάχους $2R$ με μαγνήτιση $\vec{M}_{\pi} = \vec{M}$ παράλληλη στις βάσεις της και

(β) το πεδίο κυλίνδρου μεγάλου μήκους και ακτίνας R με μαγνήτιση $\vec{M}_{\kappa} = -\vec{M}$ κάθετη στον άξονά του.

Υποδείξεις: Για το (α) δείξτε πρώτα ότι το πεδίο $\vec{H}_{\pi}$ μηδενίζεται. Για το (β) βρείτε πρώτα τα δέσμια ρεύματα και το διανυσματικό δυναμικό το οποίο έχει μορφή

$$\vec{A}_{\kappa} = A_{\kappa}(r, \phi) \hat{z} \text{ με } A_{\kappa}(r, \phi) = \begin{cases} Cr \sin \phi, & r \leq R \\ Dr^{-1} \sin \phi, & r \geq R \end{cases}$$

$$\text{και δίνει πεδίο } \vec{B}_{\kappa} = \frac{1}{r} \frac{\partial A_{\kappa}(r, \phi)}{\partial \phi} \hat{r} - \frac{\partial A_{\kappa}(r, \phi)}{\partial r} \hat{\phi}.$$

$$\text{Δίνονται } \hat{x} \times \hat{r} = \sin \phi \hat{z} \text{ και } \cos \phi \hat{r} - \sin \phi \hat{\phi} = \hat{x}.$$

Θέμα 4^ο:

Δακτύλιος εσωτερικής ακτίνας R_1 και εξωτερικής R_2 είναι φορτισμένος με σταθερή επιφανειακή πυκνότητα σ . Ο δακτύλιος περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω . Τι μαγνητικό πεδίο δημιουργεί σε μεγάλες αποστάσεις σε σχέση με τις διαστάσεις του;