



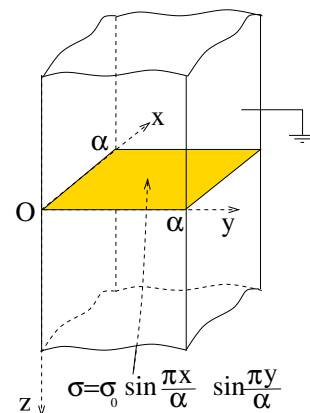
Θέμα 1^ο:

Σωλήνας απείρου μήκους είναι παράλληλος στον άξονα z . Ο σωλήνας έχει τετράγωνη διατομή με αγωγιμες έδρες στα επίπεδα $x = 0, x = \alpha, y = 0, y = \alpha$, οι οποίες είναι γειωμένες. Στο επίπεδο $z = 0$ εντός του σωλήνα έχει τοποθετηθεί μονωτική πλάκα ίση με τη διατομή του σωλήνα που φέρει επιφανειακή πυκνότητα φορτίου $\sigma = \sigma_0 \sin \frac{\pi x}{\alpha} \sin \frac{\pi y}{\alpha}$.

(α) Να βρεθεί το δυναμικό εντός του σωλήνα.

(β) Ποια η επαγόμενη επιφανειακή πυκνότητα φορτίου $\sigma(y, z)$ στην έδρα $x = 0$;

(γ) Ποιο είναι το συνολικό φορτίο στη μονωτική πλάκα και ποιο το συνολικό φορτίο στην έδρα $x = 0$;



Θέμα 2^ο:

Στοιχειώδες δίπολο ροπής $\vec{p} = p\hat{z}$ τοποθετείται στο κέντρο σφαίρας ακτίνας R από γραμμικό διηλεκτρικό σταθεράς ϵ .

(α) Βρείτε το ηλεκτροστατικό δυναμικό μέσα και έξω από τη σφαίρα.

$$\text{Θεωρήστε } V(r, \theta) = \begin{cases} \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon r^2} + a_1 r \cos \theta, & r \leq R \\ b_1 \frac{\cos \theta}{r^2}, & r \geq R \end{cases}$$

(β) Πως πρέπει να κατανεμηθεί ελεύθερο φορτίο στην επιφάνεια της σφαίρας ώστε το ηλεκτρικό πεδίο εκτός της σφαίρας να μηδενίζεται;

Θέμα 3^ο:

(α) Για ευθύγραμμο αγωγό κατά τον άξονα z που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I , δείξτε ότι το πεδίο

$$\vec{A} = A_z \hat{z} \text{ όπου } A_z = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \ln(x^2 + y^2) + \text{σταθ.}$$

αποτελεί διανυσματικό δυναμικό.

(β) Άπειρη λωρίδα πάχους 2α , στο επίπεδο xz , εκτείνεται από $x = -\alpha$ ως $x = +\alpha$ και διαρρέεται από σταθερό επιφανειακό ρεύμα έντασης $\vec{K} = K \hat{z}$, όπως στο σχήμα.

Να βρεθεί διανυσματικό δυναμικό.

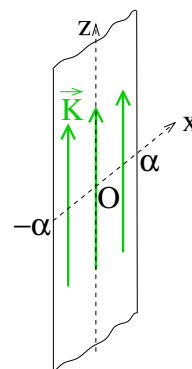
Υπόδειξη: Χωρίστε σε λωρίδες απειροστού πάχους dx' και ολοκληρώστε από $x' = -\alpha$ έως $x' = +\alpha$.

Μπορείτε να εκφράσετε το αποτέλεσμα χρησιμοποιώντας την συνάρτηση

$$f(s, c) = \int_0^s \ln(u^2 + c^2) du = s \ln(s^2 + c^2) - 2s + 2c \arctan \frac{s}{c}.$$

(γ) Βρείτε το μαγνητικό πεδίο της άπειρης λωρίδας του ερωτήματος (β).

$$\text{Δίνονται } \frac{\partial f(s, c)}{\partial s} = \ln(s^2 + c^2), \quad \frac{\partial f(s, c)}{\partial c} = 2 \arctan \frac{s}{c}.$$



Θέμα 4^ο:

Ένας μαγνητισμένος κύβος ακμής a βρίσκεται στην περιοχή $|x|, |y|, |z| < a/2$ συστήματος συντεταγμένων $Oxyz$ και φέρει μαγνήτιση $\vec{M} = M_0 \cos \frac{\pi z}{a} \hat{z}$ όπου $M_0 = \text{σταθερά}$.

(α) Ποια τα δέσμια ρεύματα στο εσωτερικό και στην επιφάνεια του κύβου;

(β) Ποια η συνολική διπολική ροπή του κύβου;

(γ) Ποιο είναι το μαγνητικό πεδίο πάνω στον άξονα z και σε μεγάλες αποστάσεις από τον κύβο;