



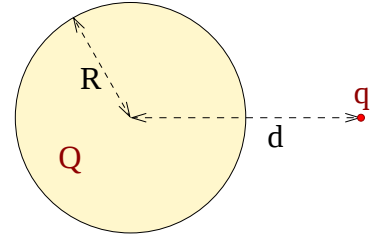
Θέμα 1^ο:

Σημειακό φορτίο q βρίσκεται σε απόσταση d από το κέντρο αγωγίσιμης σφαίρας ακτίνας R (με $R < d$). Η σφαίρα φέρει φορτίο Q .

(α) Να βρεθεί η δύναμη μεταξύ του σημειακού φορτίου και της σφαίρας.

(β) Αν τα φορτία Q και q είναι ομώνυμα να βρεθεί η συνθήκη ώστε η δύναμη αυτή να είναι ελκτική.

Θεωρείστε γνωστό ότι δύο φορτία q και q' που βρίσκονται στις θέσεις $\vec{r} = d\hat{z}$ και $\vec{r}' = d'\hat{z}$ αντίστοιχα (με $d > d' > 0$), δημιουργούν πεδίο με μηδενικό δυναμικό σε σφαίρα ακτίνας $r = R$ αν ισχύει $d' = R^2/d$ και $q'/q = -R/d$.



Θέμα 2^ο:

Δύο ημισφαίρια ίδιας ακτίνας R από διηλεκτρικό υλικό είναι σε επαφή και σχηματίζουν μια σφαίρα. Τα ημισφαίρια φέρουν σταθερή πόλωση παράλληλη στον άξονα συμμετρίας τους, με φορά από τη βάση τους προς την ημισφαιρική επιφάνειά τους, όπως στο σχήμα.

(α) Βρείτε το δυναμικό εκτός της σφαίρας (για $r > R$) αν γνωρίζετε ότι στον

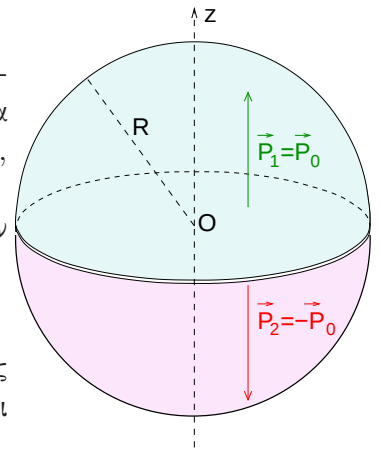
άξονα z , για $|z| > R$, είναι $V = \frac{P_0}{\epsilon_0}|z| \left[\frac{2}{3} - \left(1 + \frac{R^2}{z^2}\right)^{1/2} + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{R^2}{z^2}\right)^{3/2} \right]$.

(β) Πως περιμένετε να ελαττώνεται το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ σε μεγάλες αποστάσεις από τη σφαίρα, $r \gg R$; Σαν αντιστρόφως ανάλογο του r^3 ή του r^4 ; Επαληθεύεται αυτό από τη λύση που βρήκατε;

$$\Deltaίνεται το ανάπτυγμα \frac{2}{3} - (1 + \xi^2)^{1/2} + \frac{1}{3} (1 + \xi^2)^{3/2} = \frac{\xi^4}{4} - \frac{1}{2} \frac{\xi^6}{6} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{\xi^8}{8} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{\xi^{10}}{10} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \underbrace{\left[\frac{(-1)^k}{2k+4} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2k-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2k)} \right]}_{c_k} \xi^{2k+4} \text{ για } |\xi| < 1.$$

$$\text{Επίσης δίνονται } \vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi}, \quad \vec{\nabla}^2 f(r, \theta) = 0 \Leftrightarrow f = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(a_{\ell} r^{\ell} + \frac{b_{\ell}}{r^{\ell+1}} \right) P_{\ell}(\cos \theta)$$

και για τα πολυώνυμα Legendre $P_{\ell}(\pm 1) = (\pm 1)^{\ell}$.



Θέμα 3^ο:

Έστω διανυσματικό δυναμικό $\vec{A} = \frac{\mu_0 K_0}{2} e^{-|z|} \sin x \hat{y}$.

(α) Σε τι μαγνητικό πεδίο αντιστοιχεί; Είναι παντού συνεχές;

(β) Ποια είναι τα ρεύματα (χωρικά και επιφανειακά) που δημιουργούν αυτό το πεδίο;

(γ) Πόση μαγνητική ροή περνά από μια φέτα του επιπέδου $x = \text{σταθερό}$ η οποία εκτείνεται από $z = 0$ ως $z = \infty$ στη διεύθυνση z ενώ στη διεύθυνση y έχει πάχος Δy ;

Θέμα 4^ο:

Κύλινδρος απείρου μήκους είναι ομοιόμορφα μαγνητισμένος με μαγνήτιση $\vec{M}$ παράλληλη στον άξονά του. Μέσα στον κύλινδρο σμιλεύουμε μια κυλινδρική κοιλότητα απείρου μήκους, με άξονα παράλληλο στον άξονα του αρχικού κυλίνδρου.

(α) Ποιο το μαγνητικό πεδίο μέσα στην κοιλότητα;

(β) Ποια τα δέσματα ρεύματα στον όγκο και στις επιφάνειες του μαγνητισμένου υλικού;