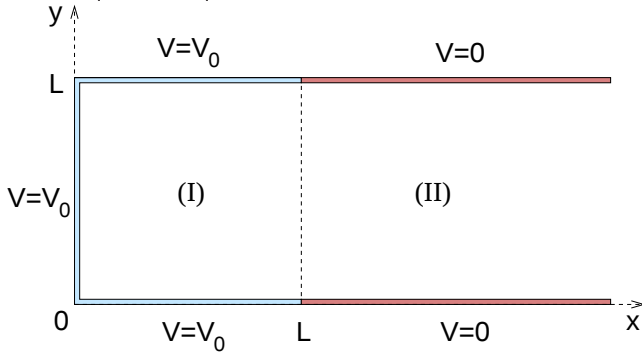




Θέμα 1^ο:

Δίδεται η διάταξη του σχήματος:



Βρείτε το δυναμικό στο χώρο μεταξύ των πλακών ($0 \leq x < +\infty, 0 \leq y \leq L, -\infty < z < +\infty$).

Κατάλληλη μορφή για το δυναμικό στην περιοχή I ($0 \leq x \leq L$) είναι η

$$V_I = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n e^{n\pi x/L} + B_n e^{-n\pi x/L}) \sin \frac{n\pi y}{L}$$

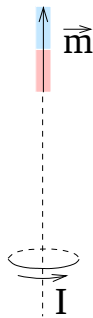
και στην περιοχή II ($L \leq x < +\infty$) η

$$V_{II} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-n\pi x/L} \sin \frac{n\pi y}{L}.$$

Θέμα 2^ο:

Ραβδόμορφος μαγνήτης ροπής $\vec{m}$ με κατακόρυφη διεύθυνση κρατείται σταθερός. Στην κατακόρυφη που περνά από το μαγνήτη και σε απόσταση r κάτω από αυτόν, αφήνουμε ρευματοφόρο δακτύλιο ακτίνας R που διαρρέεται από ρεύμα I , όπως στο σχήμα.

Αν το r είναι πολύ μεγαλύτερο από τις διαστάσεις τόσο του μαγνήτη όσο και του δακτυλίου, βρείτε τη δυναμική ενέργεια αλληλεπίδρασης μαγνήτη-δακτυλίου. Σε ποια απόσταση r ισορροπεί ο δακτύλιος αν το βάρος του είναι $m_g g$;



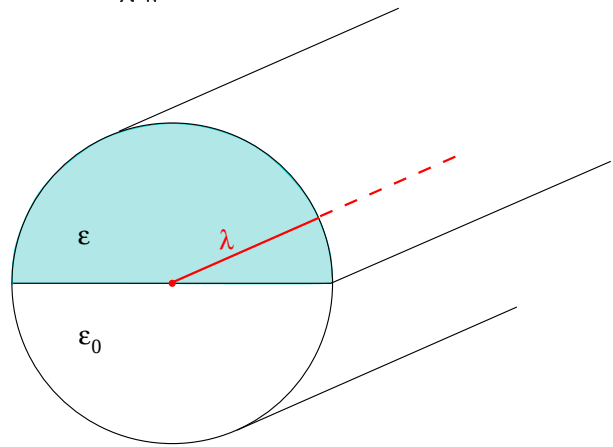
Θέμα 3^ο:

Αγώγιμο κυλινδρικό κέλυφος απείρου μήκους και εσωτερικής ακτίνας R είναι γειωμένο. Στον άξονά του τοποθετούμε γραμμικό φορτίο (απείρου μήκους) πυκνότητας λ .

(α) Ποιο το δυναμικό στο εσωτερικό του κελύφους $r < R$; (Ο χώρος για $0 < r < R$ είναι κενός.) Ποιο το δυναμικό στον υπόλοιπο χώρο $r > R$;

(β) Ποια η επιφανειακή πυκνότητα φορτίων στο κέλυφος;

(γ) Γεμίζουμε το μισό του εσωτερικού του κελύφους με γραμμικό διηλεκτρικό διαπερατότητας ϵ , όπως στο σχήμα.



Δείξτε ότι το δυναμικό στην περιοχή $r < R$ είναι τώρα $V = -\frac{\lambda}{\pi(\epsilon + \epsilon_0)} \ln \frac{r}{R}$. Ποια είναι τώρα τα ελεύθερα φορτία στο κέλυφος;

Θέμα 4^ο:

Βρείτε διανυσματικό δυναμικό για το πεδίο ομοιόμορφα μαγνητισμένου κυλίνδρου απείρου μήκους και ακτίνας R , με μαγνήτιση παράλληλη στον άξονά του.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

	Καρτεσιανές (x, y, z)	Κυλινδρικές (r, ϕ, z)	Σφαιρικές (r, θ, ϕ)
$\vec{\nabla} f$	$\frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi}$
$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$	$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(v_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}$
$\vec{\nabla} \times \vec{v}$	$\left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \hat{x} + \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \hat{z}$	$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \hat{\phi} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rv_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \phi} \right) \hat{z}$	$\frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial(v_\phi \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{\partial(rv_\phi)}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rv_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \hat{\phi}$
$\vec{\nabla}^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$
$d\vec{r}$	$dx \hat{x} + dy \hat{y} + dz \hat{z}$	$dr \hat{r} + r d\phi \hat{\phi} + dz \hat{z}$	$dr \hat{r} + r d\theta \hat{\theta} + r \sin \theta d\phi \hat{\phi}$