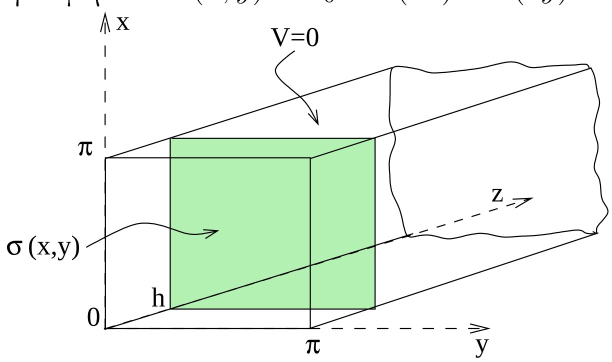
Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Φυσικής
Εξετάσεις Ηλεκτρομαγνητισμού Ι, 17 Σεπτεμβρίου 2010
Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες, Καλή επιτυχία

Θέμα 1^o:

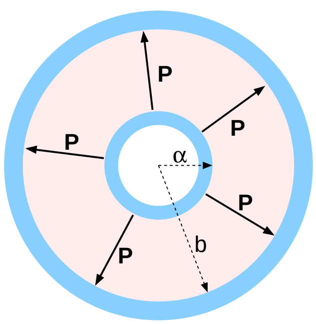
Ένας μεταλλικός σωλήνας τετράγωνης διατομής με πλευρές μήκους π και εκτεινόμενος από $z = 0$ ως το άπειρο κατά το θετικό άξονα z, έχει γειωθεί. Γειωμένη είναι και η μεταλλική του βάση στη θέση $z = 0$. Στη θέση $z = h = 0.2 \ln 2$ στο εσωτερικό του σωλήνα υπάρχει φορτισμένη επιφάνεια με επιφανειακή πυκνότητα φορτίου $\sigma(x, y) = \sigma_0 \ \sin(3x) \ \sin(4y)$.



Βρείτε το δυναμικό στο εσωτερικό του σωλήνα.

Θέμα 2^o:

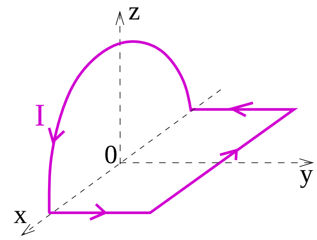
Ο σφαιρικός πυκνωτής του σχήματος (με οπλισμούς ακτίνων a και b) είναι γεμάτος με μη γραμμικό διηλεκτρικό (στο χώρο $a < r < b$). Το διηλεκτρικό έχει αποκτήσει μια <u>μόνιμη</u> πόλωση $\vec{P} = \frac{k}{r}\hat{r}$.



(α) Υπολογίστε τα φορτία πόλωσης (ρ_b και σ_b).
(β) Οι οπλισμοί του πυκνωτή βραχυκυκλώνονται κάτι που σημαίνει ότι θα υπάρξει μετακίνηση φορτίου μεταξύ των οπλισμών ώστε να αποκτήσουν ίδιο δυναμικό. Να υπολογιστεί το φορτίο Q του εσωτερικού οπλισμού από την απαίτηση $V_a - V_b = 0$.
Υπόδειξη: $\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2}\hat{r}$ για $a < r < b$.
(γ) Να βρεθεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μέσα στο διηλεκτρικό.

Θέμα 3^o:

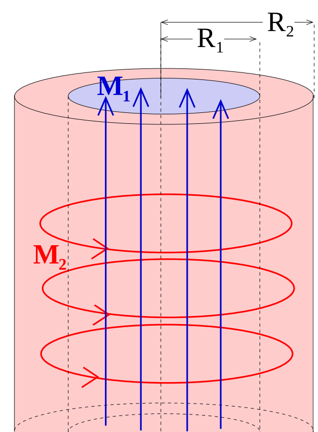
Ο ρευματοφόρος βρόχος του σχήματος αποτελείται από ένα ημικύκλιο εμβαδού $\mathcal{E}$, ένα ορθογώνιο εμβαδού επίσης $\mathcal{E}$ και διαρρέεται από ρεύμα I.



(α) Ποια η διπολική ροπή $\vec{m}$ του βρόχου;
Σε σημεία $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ που βρίσκονται πολύ μακρυά από το βρόχο ($|\vec{r}| \gg \sqrt{\mathcal{E}}$) να βρεθούν:
(β) το διανυσματικό δυναμικό $\vec{A}$ και
(γ) το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$.

Θέμα 4^o:

Κύλινδρος απείρου μήκους και ακτίνας R_1 έχει μια ομοιόμορφη μαγνήτιση $\vec{M}_1 = M_0\hat{z}$ παράλληλη στον άξονά του. Ο κύλινδρος περιβάλλεται από κυλινδρικό φλοιό απείρου μήκους, εσωτερικής ακτίνας R_1 και εξωτερικής R_2, ο οποίος έχει μαγνήτιση $\vec{M}_2 = M_0\frac{R_2}{r}\hat{\phi}$ (σε κυλινδρικές συντεταγμένες με άξονα z τον άξονα συμμετρίας).



Να βρεθούν τα πεδία $\vec{H}$ και $\vec{B}$ σε όλο το χώρο.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

Απόκλιση σε σφαιρικές $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(v_\theta \sin\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial v_\phi}{\partial\phi}$.

Στροβιλισμός σε κυλινδρικές $\vec{\nabla} \times \vec{v} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial\phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial z}\right)\hat{r} + \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r}\right)\hat{\phi} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial(r v_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial\phi}\right)\hat{z}$.

Μαγνητικό πεδίο διπόλου $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3\,(\vec{m}\cdot\vec{r})\,\vec{r} - r^2\vec{m}}{r^5}$.