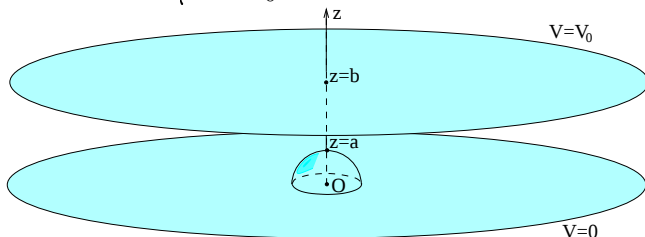




Θέμα 1^ο:

Επίπεδος πυκνωτής με οπλισμούς κυκλικούς δίσκους ακτίνας R , έχει ως άξονα τον άξονα z . Ο ένας οπλισμός βρίσκεται στη θέση $z = 0$, είναι γειωμένος και φέρει στο κέντρο του μικρό ημισφαιρικό εξόγκωμα ακτίνας a . Ο άλλος οπλισμός, στη θέση $z = b$, φορτίζεται σε δυναμικό V_0 .



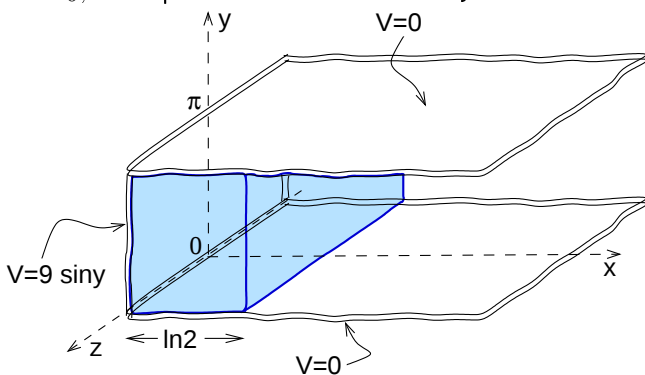
Αν $a \ll b \ll R$, να βρεθεί το δυναμικό στο χώρο μεταξύ των οπλισμών.

Υπόδειξη:

$$V = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} \left(A_n r^n + \frac{B_n}{r^{n+1}} \right) P_n(\cos \theta), & a \leq r \leq b, \\ V_0 \frac{z}{b}, & r \geq b. \end{cases}$$

Θέμα 2^ο:

Δύο ημιάπειρες γειωμένες μεταλλικές πλάκες εκτείνονται παράλληλα στο επίπεδο xz , η μία στη θέση $y = 0$ και η άλλη στη θέση $y = \pi$. Το αριστερό άκρο στο $x = 0$, είναι κλεισμένο με μια άπειρη ταινία που διατηρείται σε δυναμικό $V|_{x=0} = 9 \sin y$. Ο χώρος μεταξύ των πλακών από $x = 0$ μέχρι $x = \ln 2$ είναι γεμάτος με γραμμικό διηλεκτρικό διαπερατότητας $\epsilon = 3\epsilon_0$, ενώ για $x > \ln 2$ είναι κενός.



(α) Δείξτε ότι στους χώρους $\{0 < x < \ln 2, 0 < y < \pi\}$ και $\{\ln 2 < x < \infty, 0 < y < \pi\}$ ισχύει $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ και άρα το δυναμικό ικανοποιεί την εξίσωση Laplace.

(β) Αφού γράψτε όλες τις οριακές συνθήκες δείξτε ότι λύση της Laplace με τη μορφή

$$V(x, y) = \begin{cases} (c_1 e^x + c_2 e^{-x}) \sin y, & \text{αν } \begin{cases} 0 < x < \ln 2 \\ 0 < y < \pi \end{cases} \\ c_3 e^{-x} \sin y, & \text{αν } \begin{cases} x > \ln 2 \\ 0 < y < \pi \end{cases} \end{cases}$$

τις ικανοποιεί, προσδιορίζοντας ταυτόχρονα τις σταθερές c_1, c_2 και c_3 .

Θέμα 3^ο:

(α) Πως συνδέονται η κυκλοφορία του διανυσματικού δυναμικού $\oint \vec{A} \cdot d\vec{\ell}$ με τη μαγνητική ροή;

(β) Να βρεθεί διανυσματικό δυναμικό για το μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = 2e^{-x^2-y^2} \hat{z}$ (σε κατάλληλες μονάδες).

Υπόδειξη: Σε κυλινδρικές $\vec{B} = 2e^{-r^2} \hat{z}$, $\vec{A} = A(r) \hat{\phi}$.

Θέμα 4^ο:

Κύλινδρος απείρου μήκους και ακτίνας b είναι ομογενώς μαγνητισμένος με μαγνήτιση $\vec{M}$ παράλληλη στον άξονά του. Μέσα στον κύλινδρο σμηλεύουμε μια σφαιρική κοιλότητα με κέντρο σημείο O πάνω στον άξονα του κυλίνδρου και ακτίνα $a < b$. Ποιο το μαγνητικό πεδίο σε όλο το χώρο;

Υπόδειξη: Μπορείτε να θεωρήσετε γνωστό τον τύπο $\vec{B}_{\sigma\phi} = (2/3)\mu_0 \vec{M}_{\sigma\phi}$ που ισχύει για το εσωτερικό κάποιας συγκεκριμένης κατανομής μαγνήτισης, καθώς και το μαγνητικό πεδίο στο εξωτερικό αυτής της κατανομής.