Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Φυσικής
Πτυχιακές Εξετάσεις Ηλεκτρομαγνητισμού I, 20 Ιουνίου 2007
Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες
Καλή επιτυχία

Θέμα 1º:

Επιφάνεια σφαίρας ακτίνας R φέρει κατανομή φορτίου $\sigma(\theta) = \sigma_o \cos(3\theta)$. Να υπολογιστεί το δυναμικό $V(r\,,\theta)$ έξω από τη σφαίρα ($r \geq R$).

Δίνονται τα πολυώνυμα Legendre $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$, $P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$.

Θέμα 2º:

Το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό ενός μεγάλου σώματος από διηλεκτρικό είναι $\boldsymbol{E}_0$, έτσι που η ηλεκτρική μετατόπιση να είναι $\boldsymbol{D}_0 = \epsilon_0 \boldsymbol{E}_0 + \boldsymbol{P}$.

(α) Μια κοιλότητα λεπτή σαν καρφίτσα μεγάλου μήκους, παράλληλη στο $\boldsymbol{P}$, σμιλεύεται στο εσωτερικό του υλικού. Βρείτε το πεδίο στο κέντρο της κοιλότητας συναρτήσει των $\boldsymbol{E}_0$ και $\boldsymbol{P}$. Επίσης τη μετατόπιση στο κέντρο της κοιλότητας συναρτήσει των $\boldsymbol{D}_0$ και $\boldsymbol{P}$.

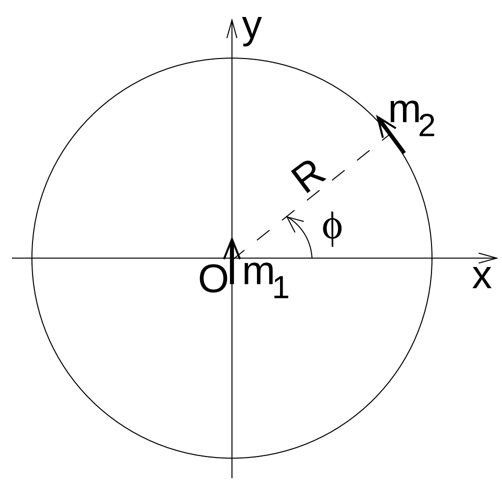
(β) Κάντε το ίδιο για μια λεπτή σαν κέρμα κοιλότητα που είναι κάθετη στο $\boldsymbol{P}$.

Υποθέστε τις κοιλότητες αρκετά μικρές ώστε τα $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{E}_0$ και $\boldsymbol{D}_0$ να είναι πρακτικά σταθερά στο εσωτερικό τους.

Θέμα 3º:

Ακριβώς όπως η $\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$ μας επιτρέπει να εκφράσουμε το $\boldsymbol{B}$ σαν στροβιλισμό ενός διανυσματικού δυναμικού ($\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$), έτσι και η $\nabla \cdot \boldsymbol{A} = 0$ μας επιτρέπει να εκφράσουμε το $\boldsymbol{A}$ σαν στροβιλισμό κάποιου ανώτερου δυναμικού $\boldsymbol{A} = \nabla \times \boldsymbol{W}$. Βρείτε τον γενικό τύπο για το $\boldsymbol{W}$ (ως ολοκλήρωμα του $\boldsymbol{B}$) που να ισχύει εφόσον $B \to 0$ στο άπειρο.

Θέμα 4º:



(α) Ποια η γενική μορφή (δηλ. ανεξαρτήτως συστήματος συντεταγμένων) του μαγνητικού πεδίου $\boldsymbol{B}$ που δημιουργεί μαγνητικό δίπολο ροπής $\boldsymbol{m}$ σε σημείο P; (Αναφέρετε τον τύπο χωρίς απόδειξη).

(β) Μαγνητικό δίπολο $\boldsymbol{m}_1 = m_1 \hat{\boldsymbol{y}}$ είναι στερεωμένο σε σημείο O. Ένα άλλο μαγνητικό δίπολο $\boldsymbol{m}_2 = m_2 \hat{\boldsymbol{\phi}}$ είναι ελεύθερο να κινείται πάνω σε περιφέρεια κύκλου – βλέπε σχήμα – με την διπολική του ροπή πάντα **εφαπτόμενη** στον κύκλο. Ποιά η δύναμη που ασκείται στο $\boldsymbol{m}_2$ σε τυχούσα γωνία ϕ και ποιό το σημείο ευσταθούς ισορροπίας;

Δίνεται η κλίση σε κυλινδρικές συντεταγμένες (r, ϕ, z): $\nabla t = \frac{\partial t}{\partial r}\hat{\boldsymbol{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial t}{\partial z}\hat{\boldsymbol{z}}$.