Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Φυσικής
Εξετάσεις Ηλεκτρομαγνητισμού Ι, 29 Σεπτεμβρίου 2006
Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες
Καλή επιτυχία

Ονοματεπώνυμο: ____, AM: ____________

Θέμα $1^{\text{ο}}$:

Ένα κυλινδρικό κέλυφος απείρου μήκους και ακτίνας R_1 είναι γειωμένο και περιβάλλεται από ένα ομοαξονικό κυλινδρικό κέλυφος ακτίνας R_2 που βρίσκεται σε δυναμικό V. Βρείτε το δυναμικό στο χώρο μεταξύ των κυλίνδρων.

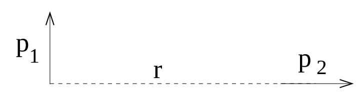
Γενική λύση: $V(r\,,\phi) = a_0 + b_0 \ln r + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k r^k + b_k \frac{1}{r^k} \right) \left[c_k \cos(k\phi) + d_k \sin(k\phi) \right]$.

Θέμα $2^{\text{ο}}$:

Έχουμε δύο ιδανικά δίπολα p_1 και p_2 που βρίσκονται σε απόσταση r όπως στο δίπλα σχήμα. Βρείτε:

(α) Πόση είναι η ροπή στρέψης στο p_2 εξαιτίας του p_1.

(β) Πόση είναι η δύναμη στο p_2 εξαιτίας του p_1.



Θέμα $3^{\text{ο}}$:

Θεωρήστε ένα διανυσματικό δυναμικό $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{c} \times \boldsymbol{r}$, όπου $\boldsymbol{c} = c_x\hat{\boldsymbol{x}} + c_y\hat{\boldsymbol{y}} + c_z\hat{\boldsymbol{z}}$ είναι ένα σταθερό διάνυσμα και $\boldsymbol{r} = x\hat{\boldsymbol{x}} + y\hat{\boldsymbol{y}} + z\hat{\boldsymbol{z}}$ το γενικό διάνυσμα θέσης. Το δυναμικό αυτό ικανοποιεί την βαθμίδα Coulomb ($\nabla \cdot \boldsymbol{A} = 0$); Να βρείτε το μαγνητικό πεδίο.

Θέμα $4^{\text{ο}}$:

Κύλινδρος απείρου μήκους και ακτίνας R έχει μια παγιωμένη μαγνήτιση παράλληλη στον άξονά του $M = kr^a$ (όπου r η απόσταση από τον άξονα του κυλίνδρου και k, a σταθερές).

(α) Ποιά τα δέσμια ρεύματα στην επιφάνεια και στο εσωτερικό του κυλίνδρου;

(β) Χρησιμοποιώντας τον νόμο Ampère για το μαγνητικό πεδίο $\boldsymbol{B}$, υπολογίστε το $\boldsymbol{B}$ σε όλο το χώρο.

(γ) Μπορεί να γραφεί το αποτέλεσμα σαν μια σχέση μεταξύ $\boldsymbol{B}$ και $\boldsymbol{M}$; Αιτιολογήστε.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

	Καρτεσιανές (x, y, z)	Κυλινδρικές (r, ϕ, z) $\left\{ \begin{array}{c} x = r\cos\phi \\ y = r\sin\phi \\ z = z \end{array} \right\}$	Σφαιρικές (r, θ, ϕ) $\left\{ \begin{array}{c} x = r\sin\theta\cos\phi \\ y = r\sin\theta\sin\phi \\ z = r\cos\theta \end{array} \right\}$
$\boldsymbol{v}$	$v_x\hat{\boldsymbol{x}} + v_y\hat{\boldsymbol{y}} + v_z\hat{\boldsymbol{z}}$	$v_r\hat{\boldsymbol{r}} + v_\phi\hat{\boldsymbol{\phi}} + v_z\hat{\boldsymbol{z}}$	$v_r\hat{\boldsymbol{r}} + v_\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + v_\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$
∇f	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{\boldsymbol{x}} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{\boldsymbol{y}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\boldsymbol{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{\boldsymbol{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\boldsymbol{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{\boldsymbol{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}}$
$\nabla \cdot \boldsymbol{v}$	$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r}\frac{\partial (r v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial (v_\theta \sin\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}$
$\nabla \times \boldsymbol{v}$	$\left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}\right)\hat{\boldsymbol{x}} + \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}\right)\hat{\boldsymbol{y}} + \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right)\hat{\boldsymbol{z}}$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial \phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial z}\right)\hat{\boldsymbol{r}} + \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r}\right)\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial (r v_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \phi}\right)\hat{\boldsymbol{z}}$	$\frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial (v_\phi \sin\theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi}\right)\hat{\boldsymbol{r}} + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{\partial (r v_\phi)}{\partial r}\right)\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial (r v_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \theta}\right)\hat{\boldsymbol{\phi}}$
$\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$
$\boldsymbol{dl}$	$dx\hat{\boldsymbol{x}} + dy\hat{\boldsymbol{y}} + dz\hat{\boldsymbol{z}}$	$dr\hat{\boldsymbol{r}} + rd\phi\hat{\boldsymbol{\phi}} + dz\hat{\boldsymbol{z}}$	$dr\hat{\boldsymbol{r}} + rd\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\sin\theta d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$
$\boldsymbol{da}$	$dydz\hat{\boldsymbol{x}} + dxdz\hat{\boldsymbol{y}} + dxdy\hat{\boldsymbol{z}}$	$rd\phi dz\hat{\boldsymbol{r}} + drdz\hat{\boldsymbol{\phi}} + rdrd\phi\hat{\boldsymbol{z}}$	$r^2\sin\theta d\theta d\phi\hat{\boldsymbol{r}} + r\sin\theta drd\phi\hat{\boldsymbol{\theta}} + rdrd\theta\hat{\boldsymbol{\phi}}$
$d\tau$	$dxdydz$	$rdrd\phi dz$	$r^2\sin\theta drd\theta d\phi$