



Ονοματεπώνυμο: _____, ΑΜ: _____

Θέμα 1^ο:

Ένα μεταλλικό κουτί, σε σχήμα κύβου πλευράς a , αποτελείται από πέντε πλευρές που έχουν συγκολληθεί μαζί και γειωθεί. Η έκτη πλευρά είναι κατασκευασμένη από άλλο μεταλλικό φύλλο που έχει μονωθεί από το υπόλοιπο κουτί και διατηρείται σε σταθερό δυναμικό V_0 . Βρείτε το δυναμικό μέσα στο κουτί.

Θέμα 2^ο:

Αποδείξτε ότι αν πολώσουμε ένα ουδέτερο διηλεκτρικό υλικό το ολικό δέσμιο φορτίο του είναι μηδέν.

Θέμα 3^ο:

Τι σχέση έχουν οι εφαπτομενικές συνιστώσες του διανυσματικού δυναμικού κοντά στην διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ δύο μαγνητικών μέσων;

Θέμα 4^ο:

Στο χώρο υπάρχει μαγνητικό πεδίο με μορφή (σε κυλινδρικές συντεταγμένες)

$$\mathbf{B} = \begin{cases} \mu_0 a \left(\frac{r}{R} - \frac{r^2}{R^2} \right) \hat{\phi}, & \text{για } r < R, \quad 0 < z < h, \\ \mathbf{0}, & \text{αλλού,} \end{cases}$$

όπου a, R, h θετικές σταθερές.

Ποιά ρεύματα δημιουργούν αυτό το πεδίο; Σχεδιάστε τα ρεύματα στο επίπεδο rz .

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

	Καρτεσιανές (x, y, z)	Κυλινδρικές (r, ϕ, z) $\begin{cases} x = r \cos \phi \\ y = r \sin \phi \\ z = z \end{cases}$	Σφαιρικές (r, θ, ϕ) $\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$
$\mathbf{v}$	$v_x \hat{\mathbf{x}} + v_y \hat{\mathbf{y}} + v_z \hat{\mathbf{z}}$	$v_r \hat{\mathbf{r}} + v_\phi \hat{\phi} + v_z \hat{\mathbf{z}}$	$v_r \hat{\mathbf{r}} + v_\theta \hat{\theta} + v_\phi \hat{\phi}$
∇f	$\frac{\partial f}{\partial x} \hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi}$
$\nabla \cdot \mathbf{v}$	$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r} \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(v_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}$
$\nabla \times \mathbf{v}$	$\begin{pmatrix} \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \end{pmatrix} \hat{\mathbf{x}} +$ $\begin{pmatrix} \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \end{pmatrix} \hat{\mathbf{y}} +$ $\begin{pmatrix} \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x} \end{pmatrix} \hat{\mathbf{z}}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial z} \\ \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r v_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \phi} \right) \end{pmatrix} \hat{\mathbf{r}} +$ $\begin{pmatrix} \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \\ \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r v_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \phi} \right) \end{pmatrix} \hat{\phi} +$ $\frac{1}{r} \begin{pmatrix} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial z} \\ \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r v_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \phi} \right) \end{pmatrix} \hat{\mathbf{z}}$	$\frac{1}{r \sin \theta} \begin{pmatrix} \frac{\partial(v_\phi \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} \\ \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{\partial(r v_\phi)}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r v_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \end{pmatrix} \hat{\mathbf{r}} +$ $\frac{1}{r} \begin{pmatrix} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{\partial(r v_\phi)}{\partial r} \\ \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r v_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \end{pmatrix} \hat{\theta} +$ $\frac{1}{r} \begin{pmatrix} \frac{\partial(v_\phi \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} \\ \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{\partial(r v_\phi)}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r v_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \end{pmatrix} \hat{\phi}$
$\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$
$d\mathbf{l}$	$dx \hat{\mathbf{x}} + dy \hat{\mathbf{y}} + dz \hat{\mathbf{z}}$	$dr \hat{\mathbf{r}} + r d\phi \hat{\phi} + dz \hat{\mathbf{z}}$	$dr \hat{\mathbf{r}} + r d\theta \hat{\theta} + r \sin \theta d\phi \hat{\phi}$
$d\mathbf{a}$	$dydz \hat{\mathbf{x}} + dx dz \hat{\mathbf{y}} + dx dy \hat{\mathbf{z}}$	$r d\phi dz \hat{\mathbf{r}} + dr dz \hat{\phi} + r dr d\phi \hat{\mathbf{z}}$	$r^2 \sin \theta d\theta d\phi \hat{\mathbf{r}} + r \sin \theta dr d\phi \hat{\theta} + r dr d\theta \hat{\phi}$
$d\tau$	$dx dy dz$	$r dr d\phi dz$	$r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$