



Όνοματεπώνυμο: _____, ΑΜ: _____

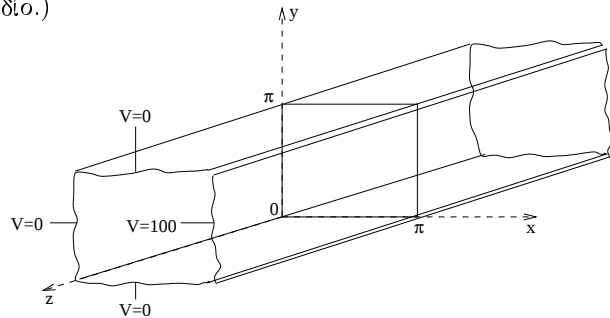
Θέμα 1^ο:

Μικρή σφαίρα μάζας m_g και ακτίνας a είναι ομογενώς μαγνητισμένη με μαγνήτιση $\mathbf{M}$. Η σφαίρα αφήνεται σε χώρο με βαρυτικό πεδίο $\mathbf{g} = -g\hat{z}$ και μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B} = kz^{1/2}\hat{x}$, όπου g και k θετικές σταθερές.

(α) Ποιά η δυναμική ενέργεια αλληλεπίδρασης της σφαίρας με το μαγνητικό πεδίο όταν η σφαίρα βρίσκεται στη θέση z και η γωνία μεταξύ $\mathbf{M}$ και $\hat{x}$ είναι θ ; (β) Σε ποιο ύψος z_0 και με ποιο προσανατολισμό της $\mathbf{M}$ θα ισορροπήσει η σφαίρα; Μπορείτε να θεωρήσετε τη σφαίρα σημειακό δίπολο ($a \ll z$).

Θέμα 2^ο:

Ένα σταθερό ρεύμα I ρέει κατά μήκος ενός κυλινδρικού σύρματος απείρου μήκους με ακτίνα διατομής R . Το ρεύμα είναι κατανεμημένο έτσι ώστε η πυκνότητα J να είναι ανάλογη της απόστασης r από τον άξονα του σύρματος. Να βρεθεί το διανυσματικό δυναμικό $\mathbf{A}$ στο εσωτερικό και εξωτερικό του σύρματος. Θεωρήστε σημείο αναφοράς ($\mathbf{A} = 0$) την επιφάνεια του σύρματος. (Υπόδειξη: Βρείτε πρώτα το μαγνητικό πεδίο.)



Θέμα 3^ο:

Τρεις γειωμένες μεταλλικές πλάκες με άπειρο μήκος στις θέσεις $y = 0, y = \pi, x = 0$, είναι συνδεδεμένες στο $x = \pi$ με μεταλλική πλάκα σε δυναμικό ίσο με 100V. Βρείτε το δυναμικό στο εσωτερικό του σωλήνα.

Θέμα 4^ο:

Ένα σημειακό φορτίο q είναι εμφυτευμένο στο κέντρο μιας σφαίρας από γραμμικό διηλεκτρικό (η ακτίνα της σφαίρας είναι R και η επιδεκτικότητα του υλικού χ_e). Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο, την πόλωση και τα δέσμια φορτία. Πόσο είναι το ολικό δέσμιο φορτίο της επιφάνειας; Πού βρίσκεται εντοπισμένο το αντισταθμιστικό αρνητικό δέσμιο φορτίο;

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

	Καρτεσιανές (x, y, z)	Κυλινδρικές (r, ϕ, z)	Σφαιρικές (r, θ, ϕ)
		$\begin{cases} x = r \cos \phi \\ y = r \sin \phi \\ z = z \end{cases}$	$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$
$\mathbf{v}$	$v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z}$	$v_r \hat{r} + v_\phi \hat{\phi} + v_z \hat{z}$	$v_r \hat{r} + v_\theta \hat{\theta} + v_\phi \hat{\phi}$
∇f	$\frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi}$
$\nabla \cdot \mathbf{v}$	$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r} \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(v_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}$
$\nabla \times \mathbf{v}$	$\begin{pmatrix} \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \end{pmatrix} \hat{x} +$ $\begin{pmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \end{pmatrix} \hat{y} +$ $\begin{pmatrix} \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \end{pmatrix} \hat{z}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial z} \\ \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \end{pmatrix} \hat{r} +$ $\begin{pmatrix} \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r v_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \phi} \right) \end{pmatrix} \hat{\phi} +$ $\frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r v_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \phi} \right) \hat{z}$	$\frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial(v_\phi \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} \right) \hat{r} +$ $\frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{\partial(r v_\phi)}{\partial r} \right) \hat{\theta} +$ $\frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r v_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \hat{\phi}$
$\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$
$d\mathbf{l}$	$dx \hat{x} + dy \hat{y} + dz \hat{z}$	$dr \hat{r} + r d\phi \hat{\phi} + dz \hat{z}$	$dr \hat{r} + r d\theta \hat{\theta} + r \sin \theta d\phi \hat{\phi}$
$d\mathbf{a}$	$dydz \hat{x} + dx dz \hat{y} + dx dy \hat{z}$	$r d\phi dz \hat{r} + r dr dz \hat{\phi} + r dr d\phi \hat{z}$	$r^2 \sin \theta d\theta d\phi \hat{r} + r \sin \theta dr d\phi \hat{\theta} + r dr d\theta \hat{\phi}$
$d\tau$	$dx dy dz$	$r dr d\phi dz$	$r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$