



Ονοματεπώνυμο: _____, ΑΜ: _____

Θέμα 1^ο:

Ένας κύβος ακμής a είναι φτιαγμένος από διηλεκτρικό. Θεωρούμε την αρχή των αξόνων στο κέντρο του κύβου και έχουμε μια πόλωση $\mathbf{P} = k\mathbf{r}$. Βρείτε τα δέσμια φορτία καθώς και το συνολικό δέσμιο φορτίο.

Θέμα 2^ο:

Δύο σφαιρικά κελύφη με ακτίνες R_1 και R_2 και κοινό κέντρο O βρίσκονται σε δυναμικά $V_1 \eta\mu^2\theta$ και $V_2 \eta\mu^2\theta$ αντίστοιχα (θ η σφαιρική συντεταγμένη συστήματος με κέντρο το O). Ποιό το δυναμικό στον μεταξύ τους χώρο;

Δίνονται τα πολυώνυμα Legendre $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$.

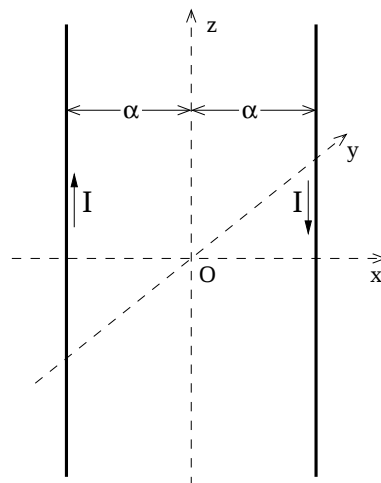
Θέμα 3^ο:

(α) Βρείτε το διανυσματικό δυναμικό για ένα ρευματοφόρο αγωγό απείρου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I .

Υπόδειξη: Α' τρόπος: Αφού βρείτε το ηλεκτροστατικό δυναμικό από γραμμική κατανομή φορτίου, χρησιμοποιήστε την αναλογία μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού με ηλεκτροστατικό δυναμικό. Β' τρόπος: Λύστε την διαφορική εξίσωση $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ σε κυλινδρικές συντεταγμένες (r, ϕ, z) , όπου

$$\nabla \times \mathbf{A} = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right] \hat{r} + \left[\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right] \hat{\phi} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial (r A_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right] \hat{z}.$$

(β) Δύο παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί απείρου μήκους διαρρέονται από ρεύματα ίσης έντασης και αντίθετης φοράς. Σε σύστημα συντεταγμένων $Oxyz$ οι αγωγοί είναι παράλληλοι στον άξονα z και περνούν από τα σημεία $(-a, 0, 0)$ και $(a, 0, 0)$ αντίστοιχα, όπως στο δίπλα σχήμα. Αν $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ σε σημεία με $|x|, |y| \gg a$, ποιό το διανυσματικό δυναμικό $\mathbf{A}$ σε σημείο (x, y, z) ;



Θέμα 4^ο:

Ένα μεγάλο κομμάτι μαγνητικού υλικού φέρει μαγνήτιση $\lambda x\hat{y}$ (όπου λ σταθερά και x η συντεταγμένη καρτεσιανού συστήματος αναφοράς $Oxyz$).

(α) Δείξτε ότι το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί είναι $\mu_0 \lambda x\hat{y}$.

(β) Στο κέντρο του συστήματος αναφοράς τοποθετούμε δίπολο $\mathbf{m} = m_0\hat{x}$. Ποιά η δύναμη που δέχεται από το υλικό;

(γ) Όμοια για ένα δίπολο $\mathbf{m} = m_0\hat{y}$.

(δ) Όπως σήμερα ξέρουμε, ένα μαγνητικό δίπολο είναι ένα κλειστό ρεύμα μικρών - σε σχέση με τις αποστάσεις όπου μετράμε το πεδίο που δημιουργεί - διαστάσεων (μοντέλο Ampère). Μια παλαιότερη πρόταση υπήρξε το μοντέλο Gilbert, σύμφωνα με το οποίο ένα μαγνητικό δίπολο αποτελείται από δύο ίσα και αντίθετα σημειακά μαγνητικά φορτία ($\pm q_m$) που βρίσκονται σε απόσταση s (ακριβώς όπως το ηλεκτρικό δίπολο) και τα οποία δέχονται δυνάμεις $\pm q_m \mathbf{B}$ όταν βρεθούν μέσα σε μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}$. Η διπολική ροπή, σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, είναι $\mathbf{m} = q_m \mathbf{s}$ όπου $\mathbf{s}$ το διάνυσμα από το αρνητικό προς το θετικό φορτίο. Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματά σας σχολιάστε σχετικά με την ορθότητα ή μη του μοντέλου αυτού.