

Κανάρης Χ. Τσίγκανος
Καθηγητής Τμήματος Φυσικής
Πανεπιστημίου Αθηνών

Εισαγωγή στη
ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

με 200 παραδείγματα και λυμένα προβλήματα

Αθήνα - 2004

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το ανά χείρας σύγγραμμα αποτελεί μιά σύντομη αλλά σύγχρονη εισαγωγή στη Θεωρητική Μηχανική. Βασίζεται σε ένα εξαμηνιαίο μάθημα που πλέον της εικοσαετίας διδάχθηκε και διδάσκεται σε φοιτητές Φυσικής και Μαθηματικών, στα Πανεπιστήμια Κρήτης και Αθηνών. Αν και απευθύνεται σε δευτεροετείς φοιτητές του προπτυχιακού κύκλου που είναι εξοικωμένοι με τις βασικές έννοιες της Φυσικής, αυτό δεν είναι απόλυτο προαπαιτούμενο. Θεωρείται όμως ως δεδομένη κάποια ευχέρεια του αναγνώστη στη χρήση του διαφορικού και ολοκληρωτικού λογισμού σαν εργαλείων για τη μελέτη συγκεκριμένων προβλημάτων Φυσικής.

Η Θεωρητική Μηχανική - μαζί με την Κλασική Θεωρία Πεδίων και την Κλασική Στατιστική Μηχανική - δίκαια θεωρείται ως το ακρογωνιαίο λιθάρι του οικοδομήματος της Φυσικής και παράλληλα ο σπέρματοδότης ιδεών των δύο άλλων βασικών κλάδων της Φυσικής, της Κβαντικής και της Σχετικιστικής Φυσικής. Πέρα από αυτή την αναγνωρισμένη αξία της, η Θεωρητική Μηχανική αποτελεί ωστόσο ένα μέσο μελέτης, κατανόησης, ποσοτικής ανάλυσης και πρόβλεψης πολλών φυσικών φαινομένων της καθημερινής χειροπιαστής μας πραγματικότητας. Γιά παράδειγμα,

- πώς επιτυγχάνεται η μέγιστη αρχική επιτάχυνση ενός μοτοποδηλάτου και σε πόσο χρόνο φθάνει στο έδαφος από δεδομένο ύψος ένας αλεξιπτωτιστής;
- Με τί ακρίβεια πρέπει να ορίσουμε το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης ενός κοινού οικιακού εκκρεμούς ρολογιού έτσι ώστε αυτό να μη χάνει περισσότερο από ένα δευτερόλεπτο την ημέρα ;

- Πόσο οξύς είναι ο συντονισμός διαφόρων ταλαντωτικών ηχείων και γιατί στα Lasers επιτυγχάνεται συντονισμός με εκπληκτικά μεγάλη ακρίβεια ;
- Ποιές είναι οι χαρακτηριστικές συχνότητες που ταλαντώνεται ελεύθερα ένα γραμμικό ή κυκλικό πολυατομικό μόριο και πώς εντός εξωτερικού μαγνητικού πεδίου κατανοούνται ποιοτικά το φαινόμενο Zeeman του διαχωρισμού των φασματικών γραμμών ενός ατόμου και η μετάπτωση Larmor του spin των ατομικών ηλεκτρονίων ;
- Πώς μπορούμε να κατανοήσουμε με ένα απλό μοντέλο τη διαφορά κανονικής και χαοτικής συμπεριφοράς ενός μή γραμμικού δυναμικού συστήματος, και κατά πόσο πρέπει να ανησυχούμε για τη σταθερότητα της τροχιάς της Γης και των άλλων πλανητών ;
- Σχετίζονται εννοιολογικά οι κύριες διευθύνσεις ενός στερεού σώματος με τις ιδιοκαταστάσεις της Χαμιλτονιανής ενός κβαντικού συστήματος και οι κανονικές συντεταγμένες και κανονικοί τρόποι ταλάντωσης με τις κυματοσυναρτήσεις και ιδιοσυχνότητες της Κβαντικής Φυσικής ;
- Γιατί κλασικά δεν μπορούν να υπάρξουν άτομα με περισσότερα από $Z = 137$ πρωτόνια και ηλεκτρόνια και πώς ο Rutherford υπολόγισε τις διαστάσεις του πυρήνα των ατόμων ;
- Με ποιο απλό πείραμα θα μπορούσε ο Γαλιλαίος να είχε αποδείξει ενώπιον της Ιεράς Εξέτασης την 24/ωρη περιστροφή της Γης, ποιά είναι η φορά των κυκλώνων και των αντικυκλώνων της ατμόσφαιρας και γιατί ο άξονας περιστροφής της Γης μεταπίπτει σαν αυτόν ενός στρόβου ;

Επίσης, στη μεγαλύτερη Διαστημική κλίμακα η Κλασική Μηχανική είναι ο αδιαφιλονίκητος πλοηγός της εξερεύνησης του πλανητικού μας συστήματος ενώ παράλληλα στην Αστροφυσική παρέχει τα μέσα κατανόησης ποικίλων και εντυπωσιακών φαινομένων του Κόσμου. Για παράδειγμα,

- πώς οι παλιρροιακές δυνάμεις της Σελήνης πάνω στη Γη αυξάνουν σταθερά το μήκος της ημέρας και πώς η διατήρηση της ολικής στροφορμής αυτού του συστήματος οδηγεί στην βαθμιαία απομάκρυνση της Σελήνης από τη Γη ;
- Μπορεί ένας μαθητής Λυκείου να αποδείξει τους νόμους της Ουράνιας Μηχανικής του Kepler χωρίς τη χρήση Απειροστικού Λογισμού αλλά μόνο με τη βοήθεια της στοιχειώδους Ευκλείδειας γεωμετρίας ;
- Ποιά είναι η εξίσωση της τροχιάς της Γης γύρω από τον Ήλιο και πώς ανιχνεύουμε σήμερα άλλους πλανήτες γύρω από μακρινούς αστέρες ;

- Ποιός είναι ο μέγιστος χρόνος που ένας κομήτης μπορεί να βρεθεί εντός της τροχιάς της Γης γύρω από τον Ήλιο και σε ποιά οικονομική τροχιά πρέπει να τεθεί ένα διαστημόπλοιο γύρω από τον Ήλιο για να φθάσει σύντομα σε ένα κοντινό Αστεροειδή ;
- Πώς ξεπερνούν τον αδήριτο νόμο της διατήρησης της στροφορμής τα ενδογαλαξιακά νεφελώματα όταν καταρρέουν κάτω από τη βαρύτητά τους για να σχηματίσουν νεογέννητα άστρα και γιατί δημιουργούν περίτεχνους πίδακες πλάσματος οι οποίοι αναδύονται από πρωτοπλανητικούς δίσκους που στροβιλίζονται γύρω τους ;
- Πώς μπορεί ποιοτικά να εξηγηθεί η εξαιρετικά αργή μετάπτωση του περιηλίου της τροχιάς του Ερμή και γιατί σε ένα σύστημα δύο αστέρων νετρονίων (όπως στην πρόσφατη παρατήρηση του διπλού πάλσαρ) που περιφέρονται σε κοντινές αποστάσεις γύρω από το κοινό κέντρο μάζας τους η μετάπτωση του περιάστρου είναι κατά πολύ μεγαλύτερη ;
- Ποιά είναι η οικονομικότερη τροχιά την οποία πρέπει να ακολουθήσει ένα διαστημόπλοιο για να φθάσει σε κάποιο συγκεκριμένο πλανήτη και πώς η σύγχρονη Διαστημική χρησιμοποιεί το πεδίο βαρύτητας ορισμένων πλανητών για να προωθηθούν διαστημοσυσσκευές σαν μπαλάκια του πίνγκ-πόγκ στις εσχατιές του ηλιακού μας συστήματος και ακόμη μακρύτερα ;
- Γιατί σχηματίστηκαν οι δακτύλιοι του Κρόνου και σε ποιά απόσταση από μια μελανή οπή θα κατατεμαχισθεί βασανιστικά ένας άτυχος αστροναύτης του οποίου το σκάφος ναυάγησε κάπου κοντά της στο διάστημα ;
- Τέλος, πώς με τη χρήση της Κλασικής Μηχανικής μπορούμε να ζυγίσουμε τεράστιες αθέατες μελανές οπές που λουφάζουν στα κέντρα γιγαντιαίων μακρυνών γαλαξιών, πώς να υπολογίσουμε τις τεράστιες ποσότητες της σκοτεινής ύλης και την κρίσιμη πυκνότητα και ηλικία του Σύμπαντος ;

Απαντήσεις σε ερωτήματα όπως τα προηγούμενα ευρίσκονται στον παρόντα τόμο ο οποίος είναι χωρισμένος σε 24 ενότητες, καθεμιά από τις οποίες αντιστοιχεί σε ένα δίωρο μάθημα. Επειδή συνήθως ένα ακαδημαϊκό εξάμηνο περιέχει περί τις 12 διδακτικές εβδομάδες, η ύλη μπορεί να καλυφθεί μέσα σε αυτό το διάστημα με δύο δίωρες διαλέξεις και ένα δίωρο ασκήσεων ανά εβδομάδα. Η εναλλακτική παρουσίαση της Αναλυτικής Μηχανικής κατά Lagrange και Hamilton παρουσιάζεται συνοπτικά στα 2 τελευταία κεφάλαια, με έμφαση στη χρήση της για την λύση ασκήσεων οι οποίες με τη Νευτώνεια Μηχανική είναι πιο δύσκολο να λυθούν.

Έτσι, το παρόν σύγγραμμα έχει σαν κύριο σκοπό του να δώσει μία σύντομη αλλά σύγχρονη και σφαιρική εικόνα της Θεωρητικής Μηχανικής ιδιαίτερα μέσα από τη χρήση πολλών παραδειγμάτων, όπως αυτή μπορεί να διδαχθεί σε ένα 6/μηνιαίο μάθημα. Ο αναγνώστης όμως με περισσότερα ενδιαφέροντα θα ήταν χρήσιμο να παρακολουθήσει και ένα δεύτερο 6/μηνιαίο μάθημα στο ίδιο αντικείμενο.

Η έμφαση της παρουσίας της ύλης της Θεωρητικής Μηχανικής στο βιβλίο τούτο δίδεται στις μοντέρνες εφαρμογές της και για το σκοπό αυτό η δεύτερη αυτή έκδοση έχει εμπλουτισθεί με πολλά νέα λυμένα προβλήματα. Έτσι, συνολικά παρουσιάζονται περισσότερα από 200 λυμένα προβλήματα και παραδείγματα, μετά την εννοιολογική ολοκλήρωση των αντίστοιχων ενοτήτων, τα οποία καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών της Θεωρητικής Μηχανικής. Επίσης, έχουν προστεθεί αρκετές νέες παραπομπές στο διαδίκτυο για σύγχρονα σχετικά θέματα, ενώ ο αναγνώστης μπορεί να «τρέξει» σε Java αρκετά εικονικά πειράματα τα οποία ευρίσκονται στην ιστοσελίδα του μαθήματος μέσα από την οποία το βιβλίο θα υπόκειται σε συνεχή ανανέωση.

Η πλήρης στοιχειοθέτηση του βιβλίου έγινε χρησιμοποιώντας τις σύγχρονες μεθόδους του Desktop Publishing, όπως LaTeX, Corel Draw, κλπ. Ευχαριστώ το Χρήστο για την ηλεκτρονική επεξεργασία των σχημάτων αλλά και τη Γεωργία, τον Αντώνη και τον Ευγένιο που εντόπισαν αρκετά εκφραστικά λάθη στο αρχικό κείμενο. Για τις υπόλοιπες αβλεψίες που απομένουν να διορθωθούν στην επόμενη έκδοση, θα ευγνωμονώ τους αναγνώστες οι οποίοι θα μας τις υποδείξουν στο μέλλον. Άλλωστε, δεν φαίνεται να υπάρχει κανένα επιμέρους δημιουργήμα που νάναι πραγματικά τέλειο σε αυτό τον κόσμο..

Κ. Τσίγκανος, Αθήνα, Νοέμβριος 2004

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. Το Πλαίσιο της Φυσικής	23
1.1 Το πλαίσιο της Φυσικής	23
1.2 Κλασική Φυσική	25
1.3 Κβαντική Φυσική	26
1.4 Σχετικιστική Φυσική	26
1.5 Όρια Κβαντικής - Κλασικής - Σχετικιστικής Φυσικής	27
1.6 Μιά σύγχρονη εφαρμογή της Κλασικής Μηχανι- κής: Το μυστήριο της σκοτεινής ύλης του Σύμπαντος	29
1.6.1 Πώς ζυγίζουμε τις μελανές οπές στο κέντρο των γαλαξιών;	30
1.6.2 Πώς ζυγίζουμε τη σκοτεινή άλω των γαλαξιών;	33
1.6.3 Πώς ζυγίζουμε τη σκοτεινή ύλη σε σμήνη γαλαξιών;	35
1.6.4 Ποιά είναι η φύση της σκοτεινής ύλης;	36
1.6.5 Πότε δημιουργήθηκε η σκοτεινή ύλη στο Σύμπαν και πώς επηρέασε την κατανομή της φωτεινής ύλης που βλέπουμε σήμερα;	37
1.6.6 Ποιά είναι η φύση της σκοτεινής ενέργειας ;	38
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	39

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

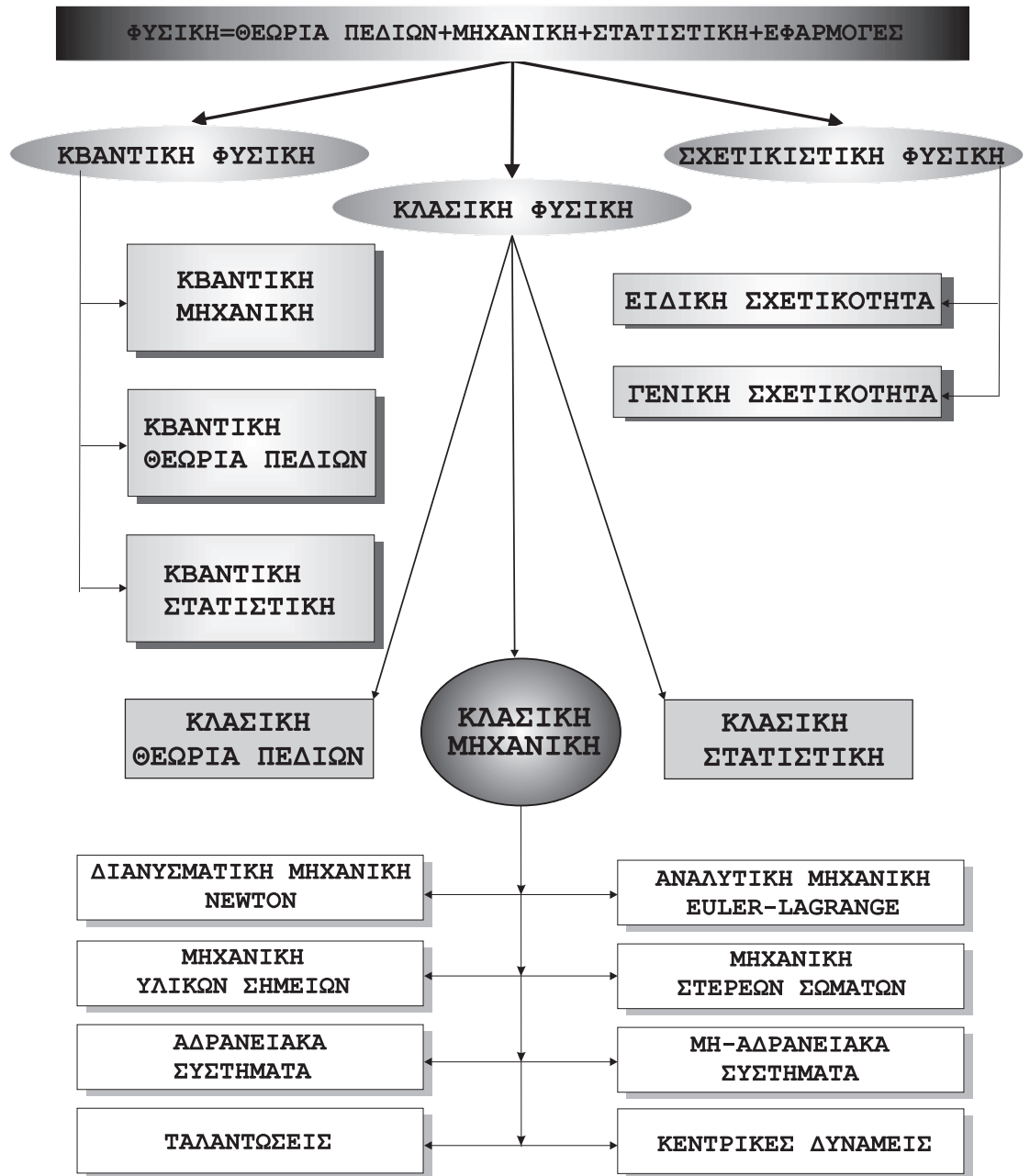
Η Κλασική Μηχανική στο πλαίσιο της Φυσικής και μιά σύγχρονη εφαρμογή της

Σκοπός της ενότητας αυτής είναι να δώσει ένα σύντομο περίγραμμα της Φυσικής, των βασικών περιοχών της καθώς και των ορίων αναμεταξύ τους. Θα κλείσουμε με μιά σύγχρονη εφαρμογή της Κλασικής Μηχανικής που δείχνει πόσο αυτή παραμένει σήμερα ένας ζωντανός και χρήσιμος κλάδος της Φυσικής.

1.1 Το πλαίσιο της Φυσικής

Αντικείμενο της Φυσικής είναι η μελέτη, ανάλυση, περιγραφή, ερμηνεία και πρόβλεψη των φυσικών φαινομένων. Αυτή η μελέτη των φυσικών φαινομένων μέχρι τις αρχές του 20^{ου} αιώνα γινόταν αποκλειστικά με τη χρήση της Κλασικής Φυσικής. Στις αρχές όμως του 20^{ου} αιώνα αναπτύχθηκαν για τον ίδιο σκοπό δύο νέοι κλάδοι, αυτοί της Κβαντικής Φυσικής και της Σχετικότητας.

Σε τελευταία ανάλυση, ένα φυσικό φαινόμενο ανάγεται στην κίνηση ενός μικρού ή μεγάλου αριθμού σωματιδίων υπό την επίδραση κάποιων δυνάμεων ή πεδίων. Επομένως, για μια πλήρη περιγραφή των διαφόρων φυσικών φαινομένων χρειαζόμαστε τα ακόλουθα :



Σχ. 1.1: Η Κλασική Μηχανική στο γενικότερο πλαίσιο της Φυσικής.

1. Τους νόμους της κίνησης των σωματιδίων υπό την επίδραση δυνάμεων.
2. Τους νόμους αυτών των δυνάμεων ή πεδίων.
3. Μια σύνδεση μικρόκοσμου - μακρόκοσμου.

Η περιγραφή της κίνησης σωματιδίων υπό την επίδραση δεδομένων δυνάμεων ή πεδίων είναι το αντικείμενο της **Μηχανικής** (Κλασικής ή Κβαντικής), ενώ η περιγραφή των θεμελιωδών πεδίων είναι το αντικείμενο της **Θεωρίας των Πεδίων** (Κλασικής ή Κβαντικής). Τέλος, η σύνδεση μικρόκοσμου - μακρόκοσμου είναι το αντικείμενο της **Στατιστικής Μηχανικής** (Κλασικής ή Κβαντικής).

Ένα μεγάλο πλήθος **Εφαρμογών της Φυσικής** έχει αλλάξει το πρόσωπο της καθημερινής ζωής στις μέρες μας. Ένα περίγραμμα των διαφόρων περιοχών της Φυσικής φαίνεται στην προηγούμενη σελίδα, μέσα στο οποίο συμπεριλαμβάνεται και η Κλασική Μηχανική.

1.2 Κλασική Φυσική

Οι τρεις περιοχές της **Κλασικής Φυσικής** είναι η *Κλασική Μηχανική*, η *Κλασική Θεωρία Πεδίων* και η *Κλασική Στατιστική Μηχανική*. Αντικείμενο της **Κλασικής Μηχανικής** είναι η μελέτη της κίνησης σωματιδίων υπό την επίδραση δεδομένων δυνάμεων. Για παράδειγμα, οι νόμοι του Νεύτωνα περιγράφουν την κίνηση ενός συστήματος υλικών σημείων υπό την επίδραση δεδομένων δυνάμεων.

Αντικείμενο της **Κλασικής Θεωρίας Πεδίων** είναι η μελέτη των θεμελιωδών δυνάμεων ή πεδίων, όπως είναι το πεδίο βαρύτητας και το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο. Για παράδειγμα, οι εξισώσεις του Maxwell εκφράζουν τους νόμους του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου ενώ ο νόμος της παγκοσμίου έλξεως αποτελεί το νόμο που περιγράφει τη βαρυτική αλληλεπίδραση μαζών στην Κλασική Φυσική.

Αντικείμενο της **Κλασικής Στατιστικής Μηχανικής** είναι η σύνδεση του μικρόκοσμου, δηλαδή ενός μεγάλου αριθμού σωματιδίων που αποτελούν ένα μακροσκοπικό σώμα, με το μακρόκοσμο και τις βασικές μακροσκοπικές μεταβλητές του. Για παράδειγμα αυτή τη σύνδεση πραγματοποιεί ο νόμος της εντροπίας.

Η Κλασική Φυσική έφτασε στο τέλος του 19^{ου} αιώνα σε υψηλό σημείο συνέπειας και ολοκλήρωσης χάρη στις θεμελιώδεις συνεισφορές των Newton, Lagrange, Hamilton, Eüler, Poincare, κ.α. (Κλασική Μηχανική), Maxwell, Gauss, Faraday, Ampere, Coulomb, Lorentz, κ.α. (Ηλεκτρομαγνητισμός) και Boltzmann, Liouville, Gibbs, Claussius, κ.α. (Στατιστική Μηχανική).

1.3 Κβαντική Φυσική

Στην Κλασική Φυσική έχουμε δύο φυσικές οντότητες, τα σωματίδια (εντοπισμένα και αδιαίρετα) και τα κυματικά πεδία (εκτεταμένα και διαιρετά), που είναι φορείς ενέργειας και ορμής. Στη Φυσική του μικρόκοσμου, την Κβαντική Φυσική που αναπτύχθηκε στις πρώτες δεκαετίες του 20^{ου} αιώνα, έχουμε το συμβιβασμό σωματιδίου - κύματος, (δυσμός της ύλης) και την κβάντωση, σπέρματα ωστόσο της οποίας έχουμε ήδη στην Κλασική Φυσική (π.χ. αρμονικές στην ταλάντωση μιας χορδής, ιδιοσυχνότητες συστήματος σωματιδίων, κλπ). Ωστόσο, αξίζει να τονισθεί ότι μία καινοτομία της Κβαντικής Φυσικής που άλλαξε άρδην την εικόνα της «ντετερμινιστικής» Κλασικής Μηχανικής είναι η αρχή της αβεβαιότητας του Heisenberg.

Η Κβαντική Φυσική αναπτύχθηκε μέσα στον 20^ο αιώνα (~ 1926) χάρη στις συνεισφορές των Bohr, Heisenberg, Schrödinger, Sommerfeld, Dirac, De Broglie, Feynman, κ.α.

1.4 Σχετικιστική Φυσική

Στην Κλασική Φυσική, ο Ευκλείδιος χώρος R^3 θεωρείται ομογενής και ισότροπος και ο χρόνος ομογενής. Επίσης, όλες οι αλληλεπιδράσεις είναι στιγμιαίες ενώ οι νόμοι της Κλασικής Μηχανικής είναι αναλλοίωτοι στους μετασχηματισμούς του Γαλιλαίου. Ωστόσο, οι νόμοι του Ηλεκτρομαγνητισμού είναι αναλλοίωτοι στους μετασχηματισμούς του Lorentz και όχι του Γαλιλαίου.

Ο Einstein διατύπωσε την αρχή της Σχετικότητας της Φυσικής όπου όλα τα αδρανειακά συστήματα είναι ισοδύναμα για τη διατύπωση των νόμων της Φυσικής, καθώς επίσης και ότι η ταχύτητα του φωτός σε ένα αδρανειακό σύστημα στο κενό είναι σταθερή και ανεξάρτητη της κίνησης της πηγής. Αποτέλεσμα αυτών των αρχών είναι ότι ο χώρος και ο χρόνος δεν είναι απόλυτοι και ότι στιγμιαίες αλληλεπιδράσεις δεν είναι δυνατόν να υπάρχουν. Έτσι, η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας του Einstein (1916) τροποποίησε το νόμο της παγκοσμίου έλξεως του Newton. Σημαντικές συνεισφορές στη Γενική Θεωρία της Σχετικότητας έκαναν εκτός του Einstein και οι Schwarzschild, Kerr, Chandrasekhar, Hawking, Penrose, Ξανθόπουλος, κ.α.

1.5 Όρια Κβαντικής - Κλασικής - Σχετικιστικής Φυσικής

Ένας καλός διαχωρισμός Κβαντικής - Κλασικής - Σχετικιστικής Φυσικής μπορεί να δοθεί ξεκινώντας από το γεγονός ότι η Κβαντική Φυσική περιγράφει τα φαινόμενα του μικρόκοσμου, η Κλασική Φυσική τα καθημερινά φαινόμενα του «χειροπιαστού» κόσμου μας, ενώ τέλος η σχετικότητα αναφέρεται σε φαινόμενα της κοσμολογικής κλίμακας ή/και φαινόμενα όπου οι ταχύτητες πλησιάζουν την ταχύτητα του φωτός. Ένα πίο ποσοτικό κριτήριο αποτελεί το μέγεθος του μήκους κύματος ενός υλοκύματος

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

όπου το h είναι η σταθερά της απροσδιοριστίας, $h = 6.63 \times 10^{-27}$ ergs sec. Όταν το λ είναι αμελητέο, οι κυματικές ιδιότητες της ύλης είναι αμελητέες. Για παράδειγμα, ένα σωματίδιο σκόνης με μάζα $m \approx 1$ gr κινούμενο με ταχύτητα $v \approx 1$ cm/sec έχει μήκος κύματος $\lambda \approx 10^{-27}$ cm. Από το άλλο μέρος το μήκος De Broglie του ηλεκτρονίου με μάζα $m \approx 10^{-27}$ gr και ταχύτητα στο άτομο του υδρογόνου $v = c/137 \approx 10^8$ cm/sec έχει αντίστοιχο μήκος κύματος $\lambda \approx 10^{-8}$ cm = 1 Angstrom.

Ένα ισοδύναμο κριτήριο αποτελεί επίσης η στροφορμή του σωματιδίου L σε μονάδες $\hbar (= h/2\pi)$. Έτσι, μάζα $m \approx 1$ gr κινούμενη με ταχύτητα $v \approx 1$ cm/sec σε κυκλική τροχιά ακτίνας $r = 1$ cm, έχει στροφορμή $L/\hbar \approx 10^{27}$. Από το άλλο μέρος, η στροφορμή του ηλεκτρονίου στην τροχιά Bohr είναι $L/\hbar \approx 1$.

Φυσικά και δεν υπάρχει καν υποψία κβαντικών φαινομένων στην κίνηση σωμάτων με μεγάλη μάζα, π.χ. στην κίνηση της Γης περί τον Ήλιο όπου έχουμε $M_{\oplus} = 6 \times 10^{27}$ gr, ταχύτητα περιφοράς $v = 30$ km/sec, ακτίνα τροχιάς $r = 10^{13}$ cm και $L/\hbar \approx 10^{74}$!

Είναι προφανές λοιπόν ότι η Κλασική Μηχανική περιγράφει επαρκώς την κίνηση ενός σώματος όπου η στροφορμή του εν σχέσει με το κοντινότερο άλλο σώμα που επηρεάζει την κίνησή του είναι $\gg \hbar$.

Ένα ποσοτικό κριτήριο σχετικιστικών φαινομένων αποτελεί ο παράγοντας γ ,

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}.$$

Στον ακόλουθο πίνακα δίδονται οι τιμές του γ για διάφορες τιμές του β .

β	γ
0.01	1.00005
0.1	1.00504
0.5	$\simeq 1.15$
0.9	$\simeq 2.3$
0.99	$\simeq 7$
0.999	$\simeq 22$
0.9999	$\simeq 71$

Τα σχετικιστικά φαινόμενα είναι σημαντικά όταν το γ είναι αρκετά μεγαλύτερο της μονάδας.

Αποκλίσεις από την Ευκλείδεια γεωμετρία έχουμε όταν πλησιάζουμε σε διαστάσεις της τάξεως της ακτίνας Schwarzschild γύρω από κάποια μάζα M ,

$$R_{Sch} = \frac{2GM}{c^2}.$$

Για τον Ήλιο $R_{\odot}^{Sch} \approx 3$ km, για τη Γη $R_{\oplus}^{Sch} \approx 1$ cm, ενώ για το άτομο του υδρογόνου $R_H^{Sch} \approx 10^{-52}$ cm.

Είναι ενδιαφέρον ότι από τις τρεις φυσικές σταθερές: G (της Κλασικής Φυσικής), h (της Κβαντικής Φυσικής) και c (της Σχετικιστικής Φυσικής), μπορεί να ορισθούν τρεις χαρακτηριστικές ποσότητες για τη μάζα, μήκος και χρόνο. Έτσι έχουμε τη χαρακτηριστική μάζα Planck,

$$m_{Planck} = \sqrt{\frac{hc}{G}} \approx 5.46 \times 10^{-5} \text{ gr},$$

το μήκος Planck,

$$\lambda_{Planck} = \frac{h}{m_{Planck}c} \approx 10^{-33} \text{ cm},$$

και το χρόνο Planck,

$$T_{Planck} = \frac{\lambda_{Planck}}{c} \approx 10^{-43} \text{ sec}.$$

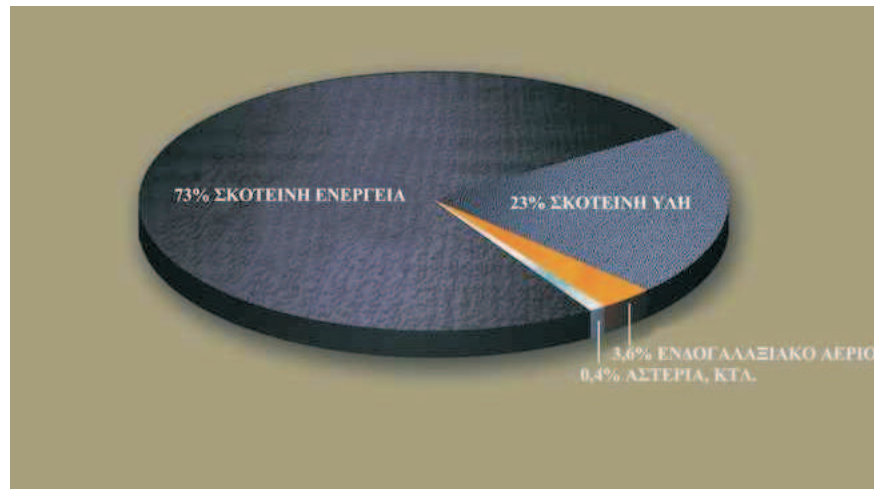
Όταν μελετάμε φαινόμενα με τιμές της μάζας, του μήκους και του χρόνου κοντά στις τιμές αυτών των χαρακτηριστικών ποσοτήτων m_{Planck} , λ_{Planck} και T_{Planck} , απαιτείται συνδυασμός της Κβαντικής Φυσικής και της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας. Π.χ., μιά τέτοια (αναζητούμενη) θεωρία της Κβαντικής Βαρύτητας (όπως η θεωρία των υπερχορδών;) πρέπει να περιγράφει φαινόμενα τα οποία συνέβησαν τις πρώτες στιγμές που ακολούθησαν τη δημιουργία του Σύμπαντος.

1.6 Μιά σύγχρονη εφαρμογή της Κλασικής Μηχανικής: Το μυστήριο της σκοτεινής ύλης του Σύμπαντος

Η μάζα αποτελεί μία από τις πλέον θεμελιώδεις ιδιότητες των υλικών σωμάτων. Στο βιβλίο τούτο θα περιστρέψουμε τη συζήτησή μας γύρω από τη δυναμική των μαζών, σε μεμονωμένα υλικά σημεία ή συστήματα υλικών σημείων, όταν αυτά ευρίσκονται υπό την επήρεια διαφόρων δυνάμεων. Σε σχέση όμως με την έννοια της μάζας θα αναφερθούμε εδώ εν συντομία σε μία σύγχρονη εφαρμογή της Κλασικής Μηχανικής που έχει να κάνει με τον υπολογισμό της *αθέατης* μάζας μέσα και γύρω από το Γαλαξία μας, σε άλλους γαλαξίες και σμήνη γαλαξιών, αλλά και συνολικά σε ολόκληρο το Σύμπαν. Άλλωστε, όπως είναι γνωστό η τελική μοίρα και το τέλος του Σύμπαντος εξαρτάται από την συνολική μάζα που περιέχει. Συγκεκριμένα, υπάρχει μία χαρακτηριστική πυκνότητα του Σύμπαντος, $\rho = \rho_0$ η οποία διαχωρίζει το κλειστό $\Omega = \rho/\rho_0 > 1$ από το ανοικτό $\Omega = \rho/\rho_0 < 1$ Σύμπαν. Με άλλα λόγια, εάν $\Omega < 1$ το Σύμπαν θα συνεχίσει την διαστολή που άρχισε κατά τη Μεγάλη Έκρηξη, ενώ εάν $\Omega > 1$ την αρχική διαστολή θα ακολουθήσει συστολή. Οι πρόσφατες παρατηρήσεις υποδεικνύουν ότι ζούμε σε Σύμπαν στο οποίο $\Omega = 1$, δηλ., η συνολική ποσότητα ύλης και ενέργειας σε αυτό αντιστοιχεί στην κρίσιμη, που είναι μερικά άτομα του υδρογόνου ανά m^3 . Αν και η πυκνότητα της ύλης γύρω μας είναι κατά δεκάδες τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη (π.χ., η πυκνότητα του αέρα γύρω μας είναι 10^{25} άτομα H/m^3), σε κοσμική κλίμακα η κρίσιμη πυκνότητα σημαίνει μια τεράστια συνολική ποσότητα ύλης και ενέργειας.

Πώς όμως μπορούμε να υπολογίσουμε την ποσότητα της ύλης στο Σύμπαν; Υπάρχουν γενικά δύο τρόποι για να εντοπίσουμε την ύπαρξη και την ποσότητα ύλης στο Σύμπαν : είτε *άμεσα* ανιχνεύοντας τα φωτόνια της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που εκπέμπει, είτε, *έμμεσα* παρατηρώντας διάφορα φαινόμενα που οφείλονται στο πεδίο βαρύτητας γύρω της. Με την πρόοδο της τεχνολογίας και την τελειοποίηση των επίγειων ανιχνευτών και τηλεσκοπίων, αλλά κυρίως με τη διαθεσιμότητα των σύγχρονων δορυφορικών παρατηρητηρίων που ευρίσκονται σε τροχιά γύρω από τη Γη, μπορούμε σήμερα να συλλέγουμε με μεγάλη ευαισθησία όλες τις δυνατές ηλεκτρομαγνητικές κοσμικές ακτινοβολίες, από τα μεγάλα μήκους κύματος ραδιοκύματα έως τις απειροελαχίστου μήκους κύματος ακτίνες - γ , που προέρχονται από τις πλέον απομακρυσμένες γωνίες του Σύμπαντος. Με αυτό τον τρόπο οι αστρονόμοι μπορούν να ζυγίσουν καταρχήν τη φωτεινή μάζα του Σύμπαντος, υπολογίζοντας τον αριθμό των γαλαξιών και υποθέτοντας ότι αυτοί είναι ομοιόμορφα καταναμημένοι στο χώρο και ότι σε κάθε γαλαξία φιλοξενούν-

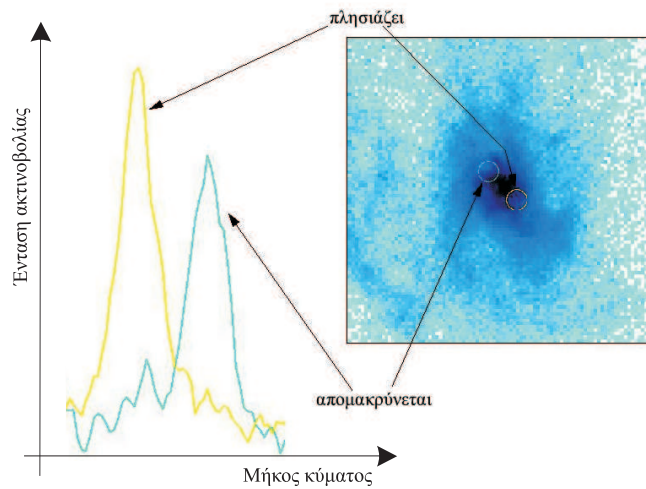
ται μερικές εκατοντάδες δισεκατομμύρια αστέρες των οποίων η λαμπρότητα είναι ανάλογη της μάζας τους. Αυτή η μάζα όμως προκύπτει απελπιστικά ανεπαρκής, λιγότερη του 1% της κρίσιμης μάζας του Σύμπαντος. Προσθέτοντας την θερμή ενδογαλαξιακή ύλη που ακτινοβολεί στις ακτίνες - X, το συνολικό ποσοστό της συνήθους ύλης που ανιχνεύεται από την εκπομπή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας δεν υπερβαίνει το 4% της κρίσιμης, δηλ., του συνολικού ποσού της ύλης που πιστεύουμε ότι υπάρχει στο Σύμπαν (0.4 % σε αστέρες και φωτεινή ύλη, 3.6% σε θερμή ενδογαλαξιακή ύλη που ανιχνεύεται κυρίως χάρη στην εκπομπή ακτίνων - X, 0.1% σε νετρίνα, 0.04 % σε μελανές οπές). Ένα πολύ μεγαλύτερο ποσοστό, 5-10 φορές αυτού της ανιχνεύσιμης ηλεκτρομαγνητικά ύλης που υπολογίζεται γύρω στο 23% του συνολικού, είναι η λεγόμενη *σκοτεινή ύλη*, δηλ., ύλη αγνώστου φύσεως η οποία δεν εκπέμπει καμμία ακτινοβολία αλλά η ύπαρξή της προδίδεται μόνο από τα αποτελέσματα του βαρυτικού της πεδίου. Το υπόλοιπο 73% αποκαλείται *σκοτεινή ενέργεια* και απαιτείται στον ισολογισμό της συνολικής ύλης του Σύμπαντος για να εξηγήσει τα παρατηρησιακά κοσμολογικά δεδομένα, όπως θα δούμε παρακάτω (βλ. Σχ. 1.1). Όμως, πώς καταλήγουμε σε αυτά τα μεγάλα ποσοστά της σκοτεινής ύλης και ενέργειας στο Σύμπαν;



Σχ. 1.2: Τα ποσοστά των διαφόρων μορφών ύλης στο Σύμπαν.

1.6.1 Πώς ζυγίζουμε τις μελανές οπές στο κέντρο των γαλαξιών;

Επειδή το πλείστον της ύλης ενός γαλαξία φαίνεται να υπάρχει στις πυκνές κεντρικές του περιοχές, ας ξεκινήσουμε με τον υπολογισμό της ύλης που ευρίσκεται στο κέντρο γαλαξιών. Πώς μπορούμε να ζυγίσουμε με την βοήθεια της Κλασικής



Σχ. 1.3: Παρατηρήσεις με το Διαστημικό Τηλεσκόπιο των μετατοπίσεων Doppler της εκπομπής του φάσματος που εκπέμπει το αέριο υδρογόνο στο κέντρο του γαλαξία M87 οδηγούν στον υπολογισμό της ταχύτητας περιστροφής και εν συνεχεία στη μάζα που ευρίσκεται στο κέντρο του M87, η οποία υπερβαίνει κατά πολύ την παρατηρούμενη φωτεινή του μάζα.

Μηχανικής μια γιγαντιαία μελανή οπή στο κέντρο ενός μακρινού γαλαξία; Με τον ίδιο τρόπο που μπορούμε να ζυγίσουμε τον Ήλιο, αν γνωρίζουμε την ταχύτητα περιστροφής ενός πλανήτη γύρω από αυτόν και την απόστασή του από τον Ήλιο.

Έστω ότι ο πλανήτης κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας r και ταχύτητας $v_\phi(r)$ γύρω από τον Ήλιο μάζας M_\odot . Τότε, επειδή η βαρυτική έλξη που ασκεί ο Ήλιος στον πλανήτη είναι η κεντρομόλος δύναμη για να διαγράψει ο πλανήτης την κυκλική τροχιά έχουμε,

$$M_\odot = \frac{v_\phi^2 r}{G}.$$

Για παράδειγμα, η περιστροφική ταχύτητα της Γης στην τροχιά της περί τον Ήλιο είναι $v_\phi = 30 \text{ km/sec}$ και η απόστασή της από τον Ήλιο $r = 1.5 \times 10^{13} \text{ cm}$, οπότε $M_\odot = 2 \times 10^{33} \text{ gr}$ ($G = 6.6 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ gr}^{-1} \text{ sec}^{-2}$).

Ας δούμε στη συνέχεια το ανάλογο πρόβλημα υπολογισμού της μάζας μίας μελανής οπής στο κέντρο ενός μακρινού γαλαξία, γύρω από τον οποίο υπάρ-

χει ένας περιστρεφόμενος δίσκος αερίου, κυρίως υδρογόνου. Το θερμό αέριο, θερμοκρασίας $T \sim 10^4$ K ακτινοβολεί στις γραμμές του υδρογόνου, π.χ. της σειράς Balmer. Έστω $v_\phi(r)$ η ταχύτητα περιστροφής του αερίου στην απόσταση r . Λόγω μετατόπισης Doppler του φάσματος όταν το αέριο πλησιάζει τον παρατηρητή ή απομακρύνεται από αυτόν, η μετατόπιση $\Delta\lambda$ των γραμμών μας δίνει την ταχύτητα v_ϕ ,

$$\frac{v_\phi(r)}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}.$$

Ο νόμος της μεταβολής της $v_\phi(r)$ εξαρτάται από την κατανομή της μάζας εντός του όγκου ακτίνας r . Ας δούμε δύο απλές δυνατότητες:

(α). Έστω ότι εντός της απόστασης r υπάρχει μία κατανομή των αστερών με πυκνότητα $\rho(r) = \text{σταθ}$. Τότε, η μάζα $M(r)$ που περιέχεται εντός του όγκου με ακτίνα r είναι $M(r) = 4\pi\rho r^3/3$ και επομένως η ταχύτητα είναι

$$v_\phi(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} = \sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}} r \propto r,$$

δηλ., η ταχύτητα περιστροφής είναι ανάλογη της απόστασης r και μηδενίζεται στο κέντρο.

(β). Έστω ότι η μάζα είναι συγκεντρωμένη σε μια μικρή περιοχή στο κέντρο, οπότε η $M(r)$ είναι σταθερή και ίση με τη μάζα αυτή στο κέντρο. Σε αυτή την περίπτωση,

$$v_\phi(r) = \sqrt{\frac{GM}{r}} \propto \frac{1}{\sqrt{r}}.$$

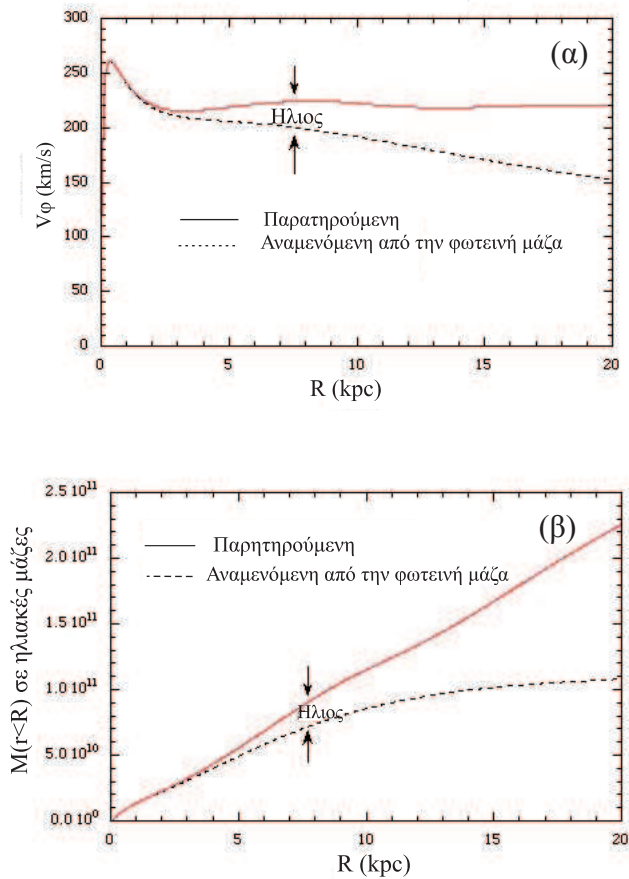
Εδώ παρεμβαίνει η παρατήρηση. Συγκεκριμένα, παρατηρήσεις του Διαστημικού Τηλεσκοπίου δείχνουν ότι στα κέντρα αρκετών ενεργών γαλαξιών η ταχύτητα του αερίου είναι $v_\phi(r) \sim 1/\sqrt{r}$ αντί να είναι $v_\phi(r) \sim r$. Για παράδειγμα, στον γιγαντιαίο ελλειπτικό γαλαξία M87 σε απόσταση περί τα 50 εκατομμύρια έτη φωτός (ε.φ.) από εμάς, η μετατόπιση Doppler (βλ. Σχ. 1.3) δίνει ταχύτητα περιστροφής του αερίου γύρω από το κέντρο του $v_\phi \sim 550$ km/sec και η προηγούμενη σχέση $M = 10^9 M_\odot$, σε ένα όγκο ακτίνας $r \sim 60$ ετών φωτός. Επομένως, η πυκνότητα μάζας σε αυτή την περιοχή είναι

$$\rho \sim 3400 \frac{M_\odot}{\text{ε.φ.}^3}.$$

Η πυκνότητα αυτή είναι κατά πολύ υψηλότερη της συνήθους αστρικής πυκνότητας στους γαλαξίες. Επίσης, ο λόγος της μάζας που φαίνεται να υπάρχει εκεί προς την μάζα που ακτινοβολεί είναι περίπου 500. Και οι ενδείξεις αυτές υποδεικνύουν την ύπαρξη μιάς μελανής οπής και/ή άλλης σκοτεινής ύλης στο κέντρο αυτού του γαλαξία.

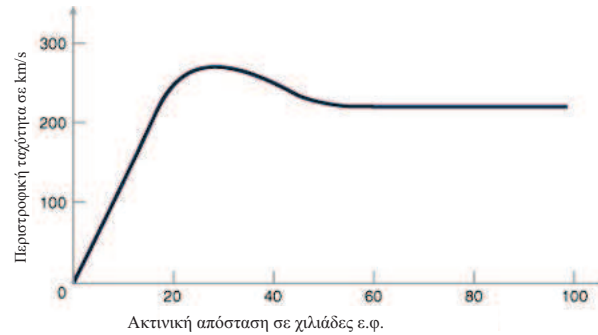
1.6.2 Πώς ζυγίζουμε τη σκοτεινή άλω των γαλαξιών;

Η ύπαρξη σκοτεινής ύλης σε γαλαξίες προτάθηκε το 1932 από τον αστρονόμο Oort ο οποίος μέτρησε την επίδραση της κατανομής της μάζας του δίσκου του Γαλαξία μας στις ταχύτητες των αστερών, όπως ακριβώς μετρώντας την επιτάχυνση με την οποία πέφτει ένα σώμα στο πεδίο βαρύτητας της Γής μπορούμε να υπολογίσουμε την μάζα της Γης. Με αυτό τον τρόπο υπελόγισε ότι η γαλαξιακή μάζα πρέπει να είναι τουλάχιστο διπλάσια στην απόσταση του Ήλιου αυτής που βλέπουμε σε αστέρες και φωτεινά νεφελώματα (Σχ. 1.4α,β).



Σχ. 1.4: Η καμπύλη περιστροφής του γαλαξία μας (α) καθώς και η κατανομή της συνολικής περικλειόμενης μάζας σαν συνάρτηση της απόστασης από το γαλαξιακό κέντρο (β).

Επίσης, έχει μελετηθεί η κίνηση σφαιρωτών σημών στη Γαλαξιακή άλω, γύρω από το κέντρο του Γαλαξία μας. Τα σφαιρωτά αυτά σημάη έχουν περιόδους περί τα 90 - 120 εκατομμύρια έτη και κινούνται σε τυχαίες ελλειπτικές τροχιές περί το γαλαξιακό κέντρο σε αποστάσεις που φθάνουν έως και 300.000 ε.φ. από αυτό. Η κίνηση αυτών των σημών επηρεάζεται από το βαρυτικό πεδίο όλου του γαλαξία και δίνει την δυνατότητα στους αστρονόμους να υπολογίσουν τη συνολική γαλαξιακή μάζα. Πρόσφατοι υπολογισμοί ανάγουν τη συνολική γαλαξιακή μάζα σε περίπου 500 δισεκατομμύρια ηλιακές μάζες, μιά ποσότητα κατά πολύ μεγαλύτερη της φωτεινής μάζας που εντοπίζεται σε αστέρες και νεφελώματα και που υποδεικνύει την ύπαρξη ενός μεγάλου ποσοστού σκοτεινής μάζας στο Γαλαξία μας.

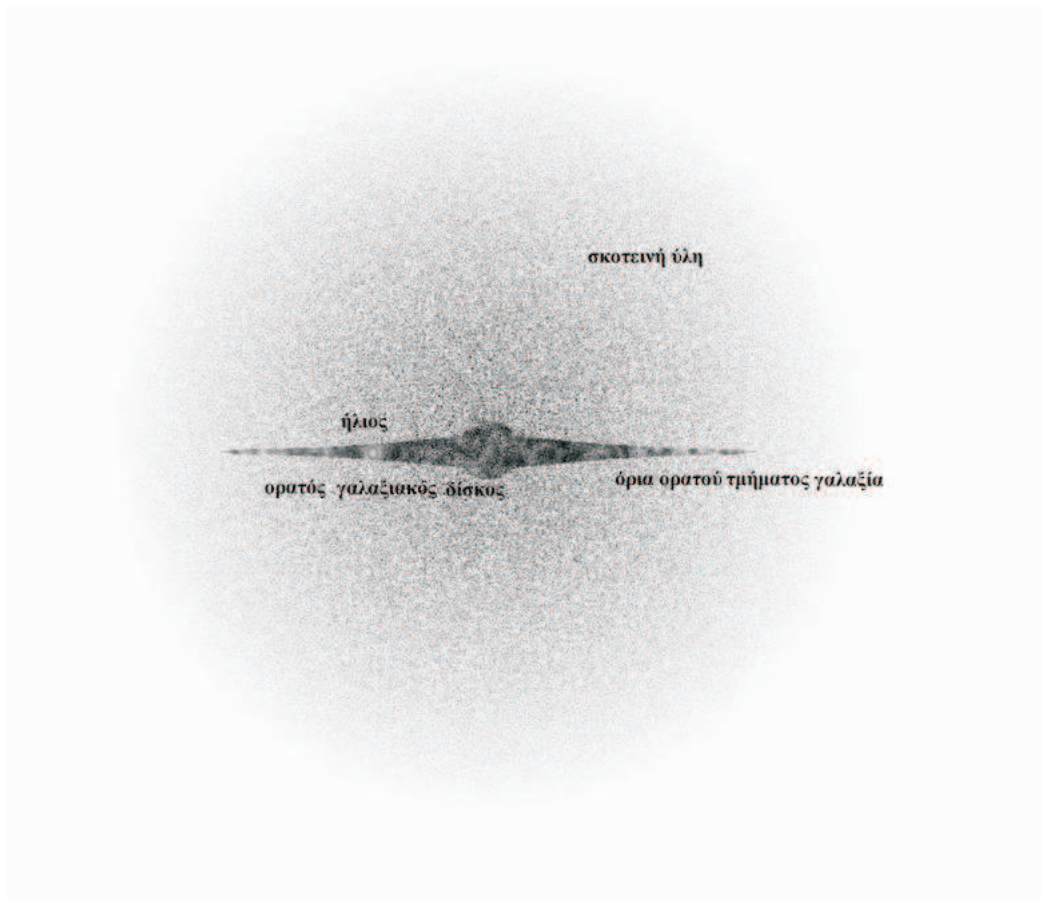


Σχ. 1.5: Η καμπύλη περιστροφής του Γαλαξία της Ανδρομέδας

Ο υπολογισμός της σκοτεινής ύλης σε άλλους σπειροειδείς γαλαξίες είναι ακόμη πιο εύκολος από ότι στο Γαλαξία μας, επειδή όλοι οι αστέρες τους ευρίσκονται στην ίδια περίπου απόσταση από εμάς και όλη η έκταση του γαλαξία είναι ορατή. Η εκπομπή στο ορατό μειώνεται εκθετικά με την ακτινική απόσταση από το γαλαξιακό κέντρο, αλλά παρατηρώντας τις μετατοπίσεις Doppler στη γραμμική εκπομπή του υδρογόνου των 21 cm μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα περιστροφής των νεφελωμάτων υδρογόνου σε μεγάλες αποστάσεις από το γαλαξιακό κέντρο. Με αυτή την χρήσιμη μέθοδο υπολογισμού της ταχύτητας περιστροφής του γαλαξία από τις παρατηρήσεις των μετατοπίσεων Doppler της ακτινοβολίας στα ραδιοκύματα και το ορατό έχουν κατασκευασθεί αρκετές «επίπεδες» γαλαξιακές καμπύλες περιστροφής (Σχ. 1.4α) και έχει υπολογισθεί η ποσότητα σκοτεινής ύλης σε εκατοντάδες σπειροειδείς γαλαξίες. Οι παρατηρήσεις αυτές έχουν δείξει ότι η μάζα των γαλαξιών φαίνεται να αυξάνεται με την απόσταση από το γαλαξιακό κέντρο και πέρα από τα όρια του γαλαξία (Σχ. 1.4β),

$$v_{\phi}(r) \approx \text{σταθ.} \implies M(r) \propto r.$$

Αυτό σημαίνει ότι οι σπειροειδείς αυτοί γαλαξίες περιβάλλονται από άλω ανθέατης ύλης. Σε πολλές περιπτώσεις η καμπύλη περιστροφής έχει μετρηθεί ότι παραμένει επίπεδη μέχρι αποστάσεις πενταπλάσιες της ορατής εικόνας του γαλαξία (Σχ. 1.5, 1.6). Αφού η ολική μάζα είναι ανάλογη της απόστασης, η ολική μάζα του γαλαξία πρέπει λοιπόν να είναι τουλάχιστον πενταπλάσια της ορατής μάζας (1.4β)!



Σχ. 1.6: Σχηματική εικόνα του Γαλαξία μας, όπως θα φαινόταν από ένα μακρινό σημείο πάνω στο Γαλαξιακό επίπεδο. Η σκοτεινή ύλη σχηματίζει μια άλω που εκτείνεται αρκετά μακρύτερα από τα εξωτερικά τμήματα του ορατού Γαλαξία.

1.6.3 Πώς ζυγίζουμε τη σκοτεινή ύλη σε σμήνη γαλαξιών;

Υπάρχουν επίσης πολλά σμήνη γαλαξιών στα οποία οι μερικές εκατοντάδες έως χιλιάδες γαλαξίες που τα απαρτίζουν ευρίσκονται δέσμιοι του κοινού τους πεδίου

βαρύτητας. Έτσι, στο Τοπικό Σμήνος έχουμε περί του 30 γαλαξίες διαφόρων μεγεθών εκ των οποίων οι πιο σημαντικοί είναι ο Γαλαξίας μας και ο γαλαξίας της Ανδρομέδας. Άλλα παρόμοια γειτονικά τέτοια σμήνη είναι αυτό της Παρθένου και της Κόμης της Βερενίκης τα οποία αποτελούνται από χιλιάδες γαλαξίες. Εάν, όπως φαίνεται, οι γαλαξίες αυτοί είναι δέσιμοι του κοινού τους πεδίου βαρύτητας, οι ταχύτητές τους πρέπει να είναι μικρότερες της ταχύτητας διαφυγής από το κοινό αυτό πεδίο το οποίο εξαρτάται από τη συνολική μάζα του σμήνους, M_* ,

$$v_o \leq \sqrt{\frac{2GM_*}{r}}.$$

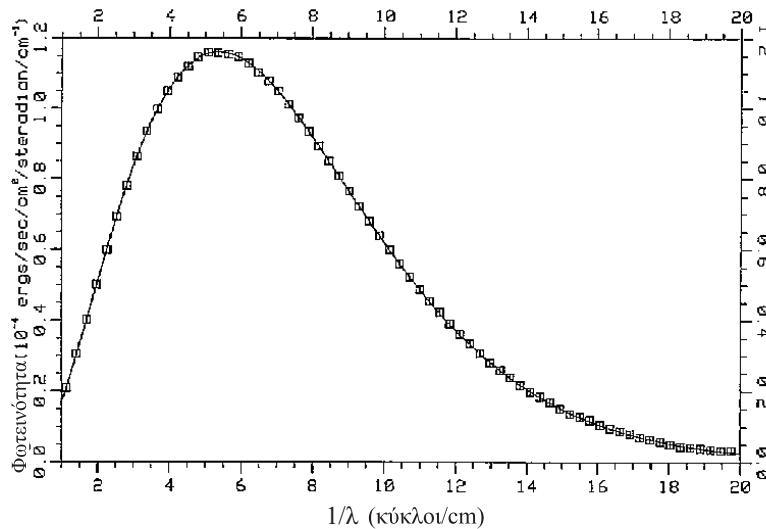
Έτσι, προκύπτει ότι η συνολική μάζα του σμήνους είναι μεγαλύτερη κάποιας τιμής η οποία προκύπτει να είναι αρκετά μεγαλύτερη της παρατηρούμενης φωτεινής μάζας του σμήνους.

1.6.4 Ποιά είναι η φύση της σκοτεινή ύλης;

Από τί άραγε αποτελείται αυτή η σκοτεινή ύλη; Έχουν προταθεί διάφορες απαντήσεις σε αυτό το θεμελιωκό ερώτημα. Μιά δυνατότητα είναι να αποτελείται από την γνωστή μας βαρυονική ύλη στα επονομαζόμενα MACHOs (*Massive Astrophysical Compact Halo Objects*), που μπορούν να είναι λευκοί νάνοι, μελανές οπές, αστέρες νετρονίων ή καφετί αστέρες μάζας μικρότερης από $0.08 M_\odot$, ή ακόμη, άλλοι μεγάλοι πλανήτες. Μετρήσεις όμως στην άλω του Γαλαξία μας των αποτελεσμάτων του βαρυτικού φακού που δημιουργεί το πεδίο βαρύτητας τέτοιων αντικειμένων απέδειξαν ότι η συγκέντρωσή τους είναι πολύ χαμηλή για να εξηγήσει όλη την απαιτούμενη σκοτεινή ύλη στο Γαλαξία. Έτσι απομένει η δυνατότητα η σκοτεινή ύλη να είναι μη βαρυονικής προέλευσης, στα επονομαζόμενα WIMP-S (*Weakly Interacting Massive Particles*), δηλ., εξωτικά υποατομικά σωματίδια όπως νετρίνα, neutralino's, κλπ. Δύο δυνατότητες έχουν προταθεί : είτε να έχουμε θερμή μη βαρυονική ύλη (π.χ. νετρίνα), ή, ψυχρή μη βαρυονική ύλη, όπως τα neutralino's. Τα πρόσφατα πειράματα του υπόγειου ανιχνευτή νετρίνων Super-Kamiokande στην Ιαπωνία έχουν δείξει ότι τα ανιγματικά νετρίνα πρέπει να έχουν μάζα επειδή ταλαντώνονται ανάμεσα στις τρεις μορφές των ηλεκτρονιακών, μιονικών και νετρίνων-τ και έτσι μπορούν να συνεισφέρουν στη σκοτεινή ύλη. Τα neutralino's, είναι σταθερά υποατομικά σωματίδια που προβλέπουν οι Υπερσυμμετρικές θεωρίες πεδίου και θα είναι ανάμεσα στους στόχους των πειραμάτων που αναμένονται με το *Large Hadron Collider* στο CERN τα αμέσως επόμενα χρόνια. Πάντως, ο χρόνος και οι προσπάθειες των Φυσικών θα δείξουν ποιά είναι η λύση σε αυτό το μυστήριο της αθέατης ύλης του Σύμπαντος που ξεκίνησε από μία απλή εφαρμογή της Κλασικής Μηχανικής, το ακρογωνιαίο αυτό λιθάρι του οικοδομήματος της Φυσικής.

1.6.5 Πότε δημιουργήθηκε η σκοτεινή ύλη στο Σύμπαν και πώς επηρέασε την κατανομή της φωτεινής ύλης που βλέπουμε σήμερα;

Μιά πρώτη απάντηση σε αυτό το ερώτημα φαίνεται να έρχεται από τις παρατηρήσεις του δορυφορικού παρατηρητηρίου **COBE** (**CO**smic **B**ackground **E**xplorer), το οποίο ανίχνευσε το 1990 την κοσμική ακτινοβολία υποβάθρου με πολύ μεγάλη ακρίβεια.



Σχ. 1.7: Ανίχνευση της Κοσμικής ακτινοβολίας υποβάθρου με το **COBE**. Η καμπύλη είναι η καλύτερη προσαρμογή στα δεδομένα και αντιστοιχεί σε καμπύλη μελανού σώματος θερμοκρασίας $T=2.73\pm 0.006$ K.

Όπως φαίνεται στο Σχ. 1.7, οι μετρήσεις της έντασης της κοσμικής ακτινοβολίας υποβάθρου από τα 0.5 mm έως το 1 cm αντιστοιχούν στην καμπύλη μελανού σώματος θερμοκρασίας $T=2.73\pm 0.006$ K. Η ένταση της ακτινοβολίας αυτής είναι ιδιαίτερα ισότροπη, κάτι που επισημαίνει ότι το Σύμπαν ήταν ιδιαίτερα ισότροπο όταν η ακτινοβολία αυτή αποσυνδέθηκε από την ύλη, 300.000 έτη μετά τη Μεγάλη Έκρηξη. Πολύ μικρές όμως ανισοτροπίες, της τάξεως του ενός σε 100.000 μέρη παρατηρήθηκαν από το **COBE**. Πρόκειται για νησίδες χαμηλότερης θερμοκρασίας μέσα στην ομογενή εν γένει και ισότροπη κατανομή της θερμοκρασίας της κοσμικής ακτινοβολίας. Οι νησίδες αυτές οφείλονται σε αντίστοιχες νησίδες και διακυμάνσεις της πυκνότητας του Σύμπαντος που προϋπήρχαν της εποχής των 300.000 ετών μετά την Μεγάλη Έκρηξη, όταν το Σύμπαν έγινε διαφανές στην κοσμική ακτινοβολία η οποία έτσι αποσυνδέθηκε από την ύλη,

δηλ., πολύ πριν αρχίσει ο σχηματισμός των γαλαξιών και των αστερών. Σήμερα δεχόμαστε ότι αυτές οι διακυμάνσεις του υποβάθρου της αρχέγονης κοσμικής πυκνότητας οφείλονται στη σκοτεινή ύλη και δημιουργήθηκαν από κβαντικές διακυμάνσεις του κενού κατά τη διάρκεια της Κοσμικής εποχής του πληθωρισμού. Στη συνέχεια οι ανισotropίες αυτής της σκοτεινής ύλης παρείχαν το υπόβαθρο και τα ελάχιστα της κατανομής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας στα οποία συγκεντρώθηκε η συνήθης ύλη για να σχηματίσει στη συνέχεια γαλαξίες και αστέρες, μερικά δισεκατομμύρια χρόνια αργότερα. Έτσι λοιπόν, η σκοτεινή ύλη που βλέπουμε να υπάρχει σήμερα στην άλω των γαλαξιών φαίνεται να δημιουργήθηκε πολύ πριν την συνήθη φωτεινή ύλη και να επηρέασε καταλυτικά την κατανομή της φωτεινής ύλης όπως τη βλέπουμε σήμερα. Με άλλα λόγια, οι διακυμάνσεις της πυκνότητας της σκοτεινής ύλης αποτελούν τα σπέρματα από τα οποία γεννήθηκαν τελικά οι γαλαξίες και εμείς.

1.6.6 Ποιά είναι η φύση της σκοτεινής ενέργειας ;

Το 1998 δύο μεγάλες ερευνητικές ομάδες μελέτησαν τις αποστάσεις μιας κατηγορίας υπερκαινοφανών (Supernovae Ia) οι οποίοι στο μέγιστό τους φθάνουν λαμπρότητα ίση με περίπου 100.000 ηλιακές λαμπρότητες και έτσι είναι ορατοί ακόμα και όταν συμβαίνουν σε πολύ μεγάλες αποστάσεις από εμάς, πολλά εκατομμύρια ε.φ. Αυτή η κατηγορία υπερκαινοφανών φαίνεται να ακτινοβολεί την ίδια ποσότητα ενέργειας και έτσι πρέπει να έχουν την ίδια απόλυτη λαμπρότητα. Γι' αυτό, μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως πρότυπα μέτρησης κοσμολογικών αποστάσεων, οι οποίες προκύπτουν από τη σύγκριση της φαινόμενης λαμπρότητάς των με την απόλυτη. Έτσι, μελετώντας την επιτάχυνση του Σύμπαντος σε μεγάλες αποστάσεις προκύπτει ότι η διαστολή του δεν επιβραδύνεται όπως υποθέταμε έως τώρα, αλλά αντίθετα επιταχύνεται. Για να εξηγηθεί αυτή η επιτάχυνση της διαστολής του Σύμπαντος, απαιτείται κάποια περίεργη μορφή ενέργειας η οποία να έχει το χαρακτηριστικό να οδηγεί σε άπωση αντί της συνήθους έλξης.

Σε αντίθεση με την σκοτεινή ύλη η οποία είναι ελκτική, η σκοτεινή αυτή ενέργεια που είναι υπεύθυνη για την επιταχυνόμενη διαστολή, δεν μπορεί να δημιουργήσει συσσωματώματα. Έτσι, μόνο η σκοτεινή ύλη είναι υπεύθυνη της δημιουργίας δομών στο Σύμπαν. Εν πάσει περιπτώσει, η κατανόηση της φύσης της σκοτεινής ενέργειας φαίνεται απώτερη της κατανόησης της φύσης της σκοτεινής ύλης, επειδή η σκοτεινή ύλη μπορεί στο μέλλον να ανιχνευθεί.

Διαδίκτυο

Περισσότερες σχετικές πληροφορίες για τα προηγούμενα ενδιαφέροντα θέματα μπορείτε να βρείτε στο διαδίκτυο και στις ακόλουθες διευθύνσεις:

<http://hubblesite.org/newscenter/newsdesk/archive/releases/1994/23/>

<http://hubblesite.org/newscenter/newsdesk/archive/releases/1995/47/>

<http://hubblesite.org/newscenter/newsdesk/archive/releases/1997/01/>

<http://hubblesite.org/newscenter/newsdesk/archive/releases/1997/12/>

<http://hubblesite.org/newscenter/newsdesk/archive/releases/1997/18/>

<http://hubblesite.org/newscenter/newsdesk/archive/releases/1997/28/>

<http://hubblesite.org/newscenter/newsdesk/archive/releases/1998/14/>

<http://hubblesite.org/newscenter/newsdesk/archive/releases/2004/19/image/a>

<http://http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/cobe/>

Ασκήσεις

- 1.1 Η Γη κινείται σε περίπου κυκλική τροχιά περί τον Ήλιο σε απόσταση $r=8$ λεπτών φωτός με περίοδο $t=1$ έτος. Παρόμοια, ο Ήλιος κινείται σε περίπου κυκλική τροχιά περί το κέντρο του Γαλαξία μας σε απόσταση $R=30.000$ ε.φ. με περίοδο $T=240$ εκατομμύρια έτη. Με βάση αυτά και μόνο τα δεδομένα υπολογίστε τη μάζα του Γαλαξία μας συναρτήσει της μάζας του Ήλιου θεωρώντας ότι το πλείστον της Γαλαξιακής μάζας είναι συγκεντρωμένο εσωτερικά της απόστασης του Ήλιου έτσι ώστε η βαρυτική έλξη του Γαλαξία στον Ήλιο να μπορεί να προσεγγισθεί θεωρώντας ότι όλη η μάζα του Γαλαξία M_G είναι συγκεντρωμένη στο κέντρο του. Η τιμή για την M_G που θα υπολογίσετε είναι της ίδιας τάξεως μεγέθους με την λεπτομερέστερα υπολογιζόμενη από τις παρατηρήσεις μάζα του Γαλαξία. [Απ. $M_G = (\frac{R}{r})^3 (\frac{t}{T})^2 M_\odot \approx 10^{11} M_\odot$].