

Κεφάλαιο 15

Παραγοντική ανάλυση διακύμανσης

1

Παραγοντική ανάλυση διακύμανσης

- ▣ Παραμετρικό στατιστικό κριτήριο για τη μελέτη των επιδράσεων περισσότερων από μια ανεξάρτητων μεταβλητών στην εξαρτημένη καθώς και των αλληλεπιδράσεων μεταξύ τους
- ▣ **Παραγοντικός Σχεδιασμός:** Πειραματικός σχεδιασμός όπου κάθε επίπεδο καθεμιάς μεταβλητής συνδυάζεται με κάθε επίπεδο καθεμιάς από τις άλλες μεταβλητές
- ▣ **Παράγοντας:** Άλλος όρος για την ανεξάρτητη μεταβλητή στην ανάλυση διακύμανσης

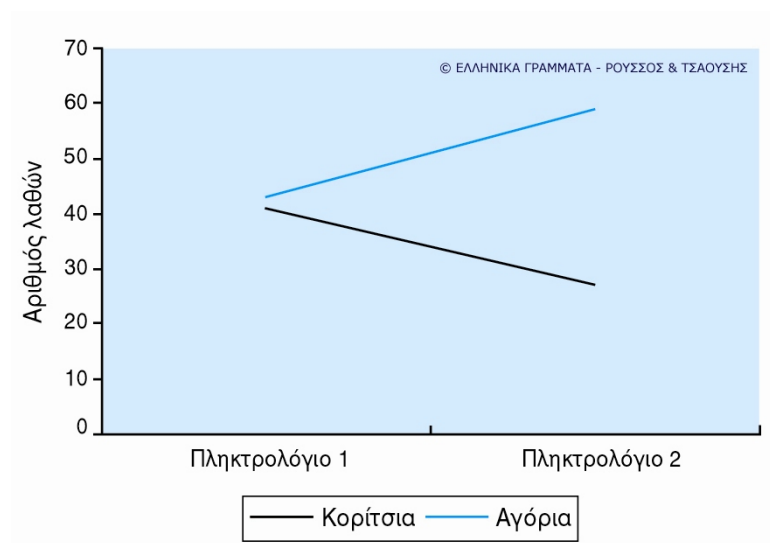
2

Ένα παράδειγμα

Μια εταιρία θέλησε να συγκρίνει την επίδοση μαθητών με κινητικές δυσκολίες σε δύο διαφορετικά πληκτρολόγια υπολογιστών. Οι ερευνητές, βασισμένοι σε παρατηρήσεις που έκαναν κατά τη διεξαγωγή άλλων ερευνών καθώς και στη σχετική βιβλιογραφία, αποφασίζουν να προσθέσουν και μια δεύτερη ανεξάρτητη μεταβλητή: εκείνη του φύλου. Έτσι, επιλέγουν μια ομάδα 80 μαθητών (40 αγόρια και 40 κορίτσια) και τους ζητούν να εκτελέσουν την ίδια δραστηριότητα στα δύο πληκτρολόγια. Η επίδοση των μαθητών στο καθένα από τα πληκτρολόγια μετρήθηκε με τα λάθη που έκαναν.

3

Αλληλεπίδραση φύλου και τύπου πληκτρολογίου



4

- Στο ερευνητικό αυτό παράδειγμα έχουμε έναν **παραγοντικό σχεδιασμό 2 × 2**
- Καθεμία από τις δύο ανεξάρτητες μεταβλητές έχει δύο επίπεδα.
- Η παραγοντική ανάλυση διακύμανσης με δύο ανεξάρτητες μεταβλητές (δύο παράγοντες) μας δίνει **τρία πηλίκα διακύμανσης**.
- Τα δύο πρώτα αναφέρονται στις **κύριες επιδράσεις** (main effects) των δύο παραγόντων, δηλαδή τη μεμονωμένη επίδραση της καθεμιάς από τις ανεξάρτητες μεταβλητές στην εξαρτημένη.

5

- Έτσι, στο παράδειγμά μας, η κύρια επίδραση του πληκτρολογίου θα μας πει αν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των λαθών που έκανε το σύνολο των μαθητών στα δύο πληκτρολόγια.
- Αυτό είναι σημαντικό, καθώς θα έχουμε μια ένδειξη για το ποιο πληκτρολόγιο είναι καλύτερο, αλλά δεν είναι αρκετό για να απαντήσουμε στο δεύτερο ερώτημα που τέθηκε στη συγκεκριμένη έρευνα και αφορούσε στην πιθανή διαφορά μεταξύ αγοριών και κοριτσιών. Αυτό το ερώτημα θα απαντηθεί από την κύρια επίδραση του φύλου.
- Και αυτό το στοιχείο είναι ενδιαφέρον, καθώς θα έχουμε μια ένδειξη για τη διαφορά στην επίδοση των αγοριών και των κοριτσιών, αλλά δε θα μας πει τίποτα για το αν υπάρχει διαφορά και μεταξύ των δύο πληκτρολογίων.

6

Απλές επιδράσεις

- Μια εναλλακτική μέθοδος μελέτης των δεδομένων θα ήταν να συγκρίνουμε τους μέσους όρους της επίδοσης στα δύο πληκτρολόγια μόνο για τα αγόρια (κάτι που κάναμε όταν αναφερθήκαμε στο κριτήριο t)
- Ή θα μπορούσαμε να συγκρίνουμε την επίδοση των αγοριών με αυτή των κοριτσιών μόνο στο πρώτο ή μόνο στο δεύτερο πληκτρολόγιο.
- Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις ενδιαφερόμαστε για την επίδραση του ενός παράγοντα σε μια μόνο συνθήκη του άλλου παράγοντα. Όταν συμβαίνει αυτό, ασχολούμαστε με μια απλή επίδραση (simple effect).

7

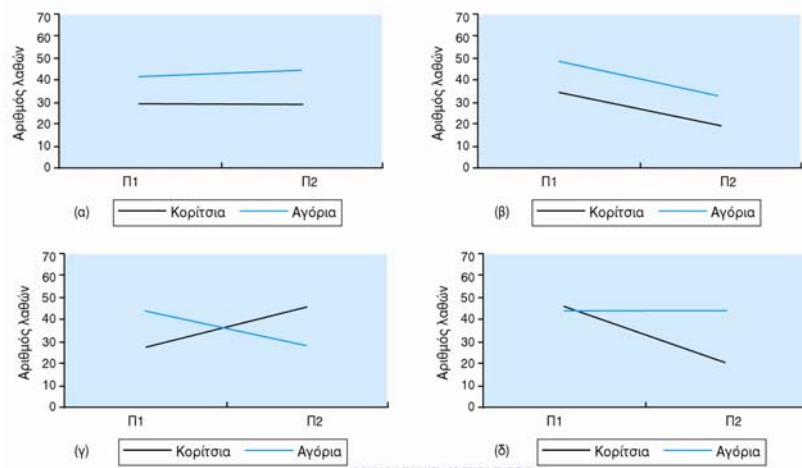
Αλληλεπίδραση των μεταβλητών

- Η παραγοντική ανάλυση διακύμανσης, πέρα από το γεγονός ότι επιτρέπει στον ερευνητή να μελετήσει τις επιδράσεις περισσότερων από μία ανεξάρτητων μεταβλητών, έχει το σημαντικό πλεονέκτημα ότι συμβάλλει στη μελέτη της επίδρασης που έχει η **αλληλεπίδραση** (interaction) των ανεξάρτητων μεταβλητών στις μετρήσεις
- **Αλληλεπίδραση:** δείχνει ότι η επίδραση ενός παράγοντα δεν είναι η ίδια για την καθεμιά συνθήκη ενός άλλου παράγοντα
- Έτσι, στο προηγούμενο παράδειγμα η διαφορά μεταξύ των αγοριών και των κοριτσιών, όσον αφορά στον αριθμό των λαθών που έκαναν κατά την εκτέλεση της δραστηριότητας, είναι σημαντικά μεγαλύτερη για το πληκτρολόγιο 1 από ό,τι για το πληκτρολόγιο 2;

8

Παραδείγματα αλληλεπιδράσεων

Παραδείγματα μη στατιστικά σημαντικής (α & β) και σημαντικής (γ & δ) αλληλεπίδρασης μεταξύ ανεξάρτητων μεταβλητών



9

Ανακεφαλαιωτικός πίνακας της διακύμανσης

Πηγή Διακύμανσης	SS	df	MS	F
Πληκτρολόγιο (A)	SS_A	df_A	MS_A	F_A
Φύλο (B)	SS_B	df_B	MS_B	F_B
Αλληλεπίδραση (A×B)	$SS_{A \times B}$	$df_{A \times B}$	$MS_{A \times B}$	$F_{A \times B}$
Σφάλμα	SS_{error}	df_{error}	MS_{error}	
Συνολική	SS_{total}	df_{total}		

10

Ανάλυση διακύμανσης διπλής κατεύθυνσης ανεξάρτητων δειγμάτων

Διαφορές ή συσχέτιση	Διαφορές
Κλίμακα μέτρησης	Τουλάχιστον ίσων διαστημάτων
Σχεδιασμός	Ανεξάρτητων δειγμάτων
Σημείωση	Πρέπει να πληρούνται οι προϋποθέσεις για τη χρήση των παραμετρικών κριτηρίων

11

Ένα παράδειγμα

- Ένας ερευνητής που ασχολείται με τη νοητική λειτουργία της λύσης προβλημάτων θέλει να μελετήσει την επίδοση παιδιών και εφήβων στην αναλογική λύση προβλημάτων.
- Για το σκοπό αυτό επιλέγει δύο ομάδες μαθητών (21 μαθητές της έκτης τάξης του δημοτικού σχολείου και 21 μαθητές της τρίτης τάξης του γυμνασίου) και, αφού τους χωρίζει σε τρεις μικρότερες ομάδες των επτά ατόμων, τους ζητάει να λύσουν μερικά προβλήματα.
- Στην ομάδα ελέγχου ο ερευνητής δεν πρόσφερε καμιά βοήθεια ή επεξήγηση πριν ή κατά τη λύση των προβλημάτων.

12

Ένα παράδειγμα (συνέχεια)

- Στις δύο πειραματικές ομάδες όμως παρουσίασε ορισμένα ανάλογα προβλήματα και ζήτησε από τους συμμετέχοντες να ασχοληθούν με αυτά προτού τους δώσει τα προβλήματα που έδωσε και στην ομάδα ελέγχου. Στην πρώτη από τις πειραματικές ομάδες (πειραματική ομάδα 1) ο ερευνητής δεν έδωσε καμιά πληροφορία στους μαθητές για τις αναλογίες μεταξύ των προβλημάτων, ενώ στη δεύτερη (πειραματική ομάδα 2) τους είπε ότι τα προβλήματα που παρουσιάστηκαν αρχικά καθώς και αυτά που καλούνταν να λύσουν στη συνέχεια ήταν ανάλογα.
- Κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας, ο ερευνητής μέτρησε τα λάθη που έκαναν οι μαθητές στην προσπάθειά τους να λύσουν τα προβλήματα.

13

Τα δεδομένα

		(Παράγοντας A)		
		Ομάδα Ελέγχου (A1)	Πειραματική Ομάδα 1 (A2)	Πειραματική Ομάδα 2 (A3)
Ηλικία (Παράγοντας B)	Γυμνάσιο (B1)	38	20	10
		47	20	8
		42	22	12
		37	24	5
		33	32	6
		31	19	0
		33	36	0
	Δημοτικό (B2)	34	29	37
		39	47	45
		37	28	48
		26	43	29
		46	41	34
		40	44	32
		27	31	51

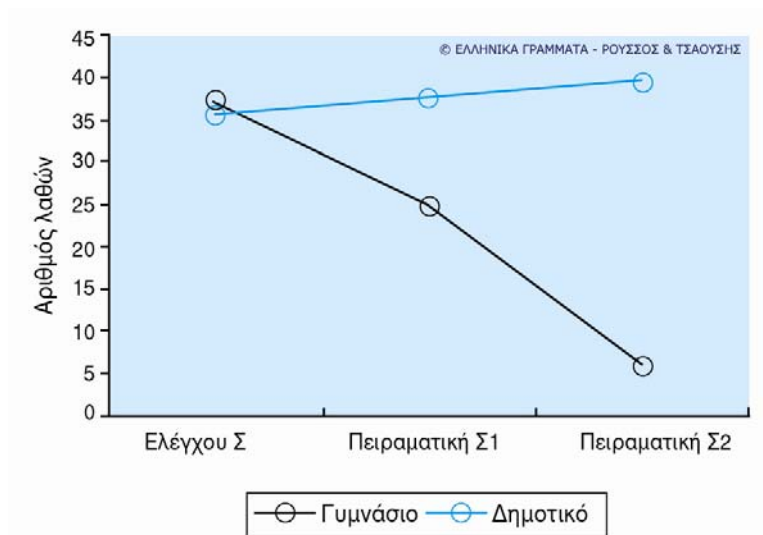
14

Οι υποθέσεις

- Οι μέσοι όροι όλων των επιπέδων του Παράγοντα Α (**Οδηγίες**) είναι ίσοι μεταξύ τους ($H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_i$)
- Οι μέσοι όροι όλων των επιπέδων του Παράγοντα Β (**Ηλικία**) είναι ίσοι μεταξύ τους ($H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_j$).
- Δεν υπάρχει καμιά επίδραση στους μέσους όρους (κάθε συνδυασμού κατηγοριών των μεταβλητών Α και Β) από την αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο παραγόντων (H_0 : επίδραση αλληλεπίδρασης = 0).

15

Πολύγωνο συχνότητας των μέσων όρων



16

Τα αποτελέσματα από το SPSS

Descriptive Statistics

Dependent Variable: Λάθη των μαθητών

Οδηγίες	Ηλικία	Mean	Std. Deviation	N
Ομάδα Ελέγχου (A1)	Γυμνάσιο	37,29	5,678	7
	Δημοτικό	35,57	7,185	7
	Total	36,43	6,284	14
Πειραματική Ομάδα 1 (A2)	Γυμνάσιο	24,71	6,651	7
	Δημοτικό	37,57	7,955	7
	Total	31,14	9,702	14
Πειραματική Ομάδα 2 (A3)	Γυμνάσιο	5,86	4,634	7
	Δημοτικό	39,43	8,541	7
	Total	22,64	18,628	14
Total	Γυμνάσιο	22,62	14,302	21
	Δημοτικό	37,52	7,679	21
	Total	30,07	13,617	42

17

Τα αποτελέσματα από το SPSS

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: Λάθη των μαθητών

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	5887,929 ^a	5	1177,586	24,721	,000	,774
Intercept	37980,214	1	37980,214	797,319	,000	,957
instructions	1354,429	2	677,214	14,217	,000	,441
age	2332,595	1	2332,595	48,968	,000	,576
instructions * age	2200,905	2	1100,452	23,102	,000	,562
Error	1714,857	36	47,635			
Total	45583,000	42				
Corrected Total	7602,786	41				

a. R Squared = ,774 (Adjusted R Squared = ,743)

18

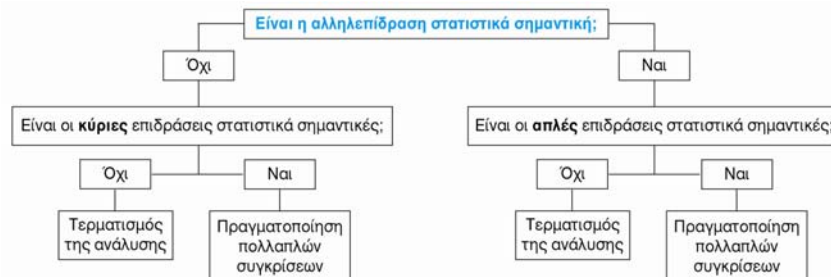
Αποτελέσματα

- Παράγοντας A (Οδηγίες): $F(2, 36)=14,22, p<,01$
- Παράγοντας B (Ηλικία): $F(1, 36)=48,96, p<,01$
- Αλληλεπίδραση: $F(2, 36)=23,10, p<,01$

19

Απλές επιδράσεις

- Η ανάλυση των απλών επιδράσεων είναι μια σημαντική τεχνική για την ανάλυση δεδομένων που περιλαμβάνουν στατιστικά σημαντικές αλληλεπιδράσεις. Ουσιαστικά, μια τέτοια ανάλυση μας επιτρέπει να μελετήσουμε σε βάθος μια αλληλεπίδραση.
- Κατευθυντήριες οδηγίες για την ανάλυση των δεδομένων στην περίπτωση ερευνητικού σχεδιασμού με δύο παράγοντες:



Ανάλυση διακύμανσης διπλής κατεύθυνσης μεικτού σχεδιασμού

Διαφορές ή συσχέτιση	Διαφορές
Κλίμακα μέτρησης	Τουλάχιστον ίσων διαστημάτων
Σχεδιασμός	Ανεξάρτητων και εξαρτημένων δειγμάτων
Σημείωση	Πρέπει να πληρούνται οι προϋποθέσεις για τη χρήση των παραμετρικών κριτηρίων

21

Ένα παράδειγμα

- Ένας νευροφυσιολόγος πραγματοποιεί ένα πείραμα με δώδεκα ποντίκια, τα οποία μοίρασε τυχαία σε τρεις ομάδες:
- Η πρώτη ομάδα (A1) ήταν η ομάδα ελέγχου, η οποία αποτελούνταν από τέσσερα ποντίκια στα οποία έγινε αναισθησία και προετοιμάστηκαν για χειρουργική επέμβαση στον εγκέφαλο χωρίς όμως αυτή να πραγματοποιηθεί.
- Η δεύτερη ομάδα (A2) αποτελούνταν επίσης από τέσσερα ποντίκια τα οποία χειρουργήθηκαν και τους αφαιρέθηκε τμήμα του εγκεφάλου τους, το οποίο ήταν σχετικό με τη συμπεριφορά που μελετούσε ο ερευνητής.
- Τέλος, η τρίτη ομάδα (A3) αποτελούνταν από τα υπόλοιπα τέσσερα ποντίκια, τα οποία επίσης υποβλήθηκαν σε χειρουργική επέμβαση αφαίρεσης τμήματος του εγκεφάλου τους, το οποίο όμως θεωρείτο ότι δεν είχε σχέση με τη συμπεριφορά που μελετούσε ο ερευνητής.
- Στη συνέχεια ο ερευνητής υπέβαλε το καθένα από τα δώδεκα ποντίκια σε μια σειρά από τέσσερα τεστ παίρνοντας τέσσερις μετρήσεις για το καθένα.

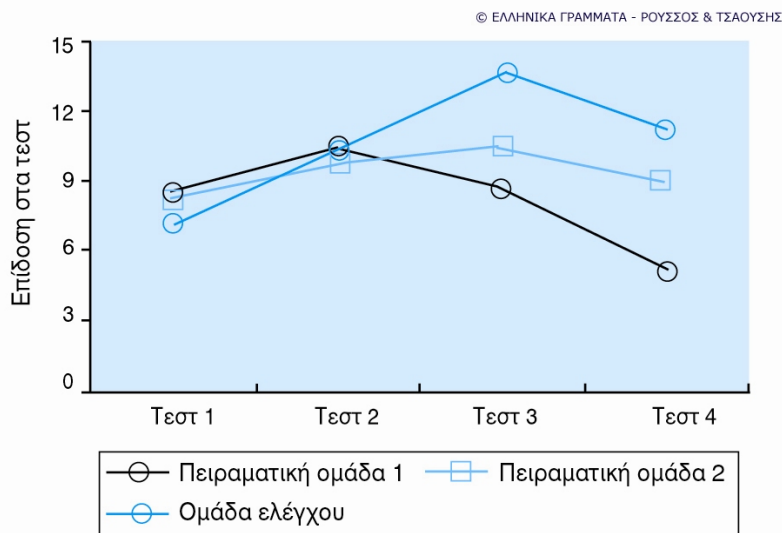
22

Τα δεδομένα

		Παράγοντας Β			
		Τεστ 1 (B1)	Τεστ 2 (B2)	Τεστ 3 (B3)	Τεστ 4 (B4)
Παράγοντας Α	Ομάδα Ελέγχου (A1)	3	5	9	7
		6	9	13	9
		10	15	15	14
		10	12	18	15
	Πειραματική ομάδα 1 (A2)	4	5	3	1
		7	11	8	4
		12	14	13	9
		11	12	11	7
	Πειραματική ομάδα 2 (A3)	8	5	9	7
		9	8	11	12
		12	13	12	9
		4	13	10	8

23

Πολύγωνο συχνότητας των μέσων όρων



24

Τα αποτελέσματα από το SPSS

Descriptive Statistics

Παράγοντας A	Mean	Std. Deviation	N
Τεστ 1 Ομάδα Ελέγχου	7,25	3,403	4
Πειραματική Ομάδα 1	8,50	3,697	4
Πειραματική ομάδα 2	8,25	3,304	4
Total	8,00	3,191	12
Τεστ 2 Ομάδα Ελέγχου	10,25	4,272	4
Πειραματική Ομάδα 1	10,50	3,873	4
Πειραματική ομάδα 2	9,75	3,948	4
Total	10,17	3,664	12
Τεστ 3 Ομάδα Ελέγχου	13,75	3,775	4
Πειραματική Ομάδα 1	8,75	4,349	4
Πειραματική ομάδα 2	10,50	1,291	4
Total	11,00	3,766	12
Τεστ 4 Ομάδα Ελέγχου	11,25	3,862	4
Πειραματική Ομάδα 1	5,25	3,500	4
Πειραματική ομάδα 2	9,00	2,160	4
Total	8,50	3,920	12

25

Τα αποτελέσματα από το SPSS

Tests of Within-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared	
test	Sphericity Assumed	71,000	3	23,667	8,408	,000	,483
	Greenhouse-Geisser	71,000	1,897	37,427	8,408	,003	,483
	Huynh-Feldt	71,000	2,923	24,287	8,408	,000	,483
	Lower-bound	71,000	1,000	71,000	8,408	,018	,483
test * group	Sphericity Assumed	84,500	6	14,083	5,003	,001	,526
	Greenhouse-Geisser	84,500	3,794	22,222	5,003	,008	,526
	Huynh-Feldt	84,500	5,847	14,453	5,003	,002	,526
	Lower-bound	84,500	2,000	42,250	5,003	,035	,526
Error(test)	Sphericity Assumed	76,000	27	2,815			
	Greenhouse-Geisser	76,000	17,073	4,441			
	Huynh-Feldt	76,000	26,310	2,889			
	Lower-bound	76,000	9,000	8,444			

Tests of Between-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1
Transformed Variable: Average

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Intercept	4256,333	1	4256,333	101,074	,000	,918
group	45,167	2	22,583	5,536	,003	,106
Error	379,000	9	42,111			

26

Αποτελέσματα

- Παράγοντας **A (Ομάδα)**: $F(2, 27)=,54$, ns
- Παράγοντας **B (Τεστ)**: $F(3, 27)=8,42$, $p<,01$
- **Αλληλεπίδραση**: $F(6, 27)=5,01$, $p<,01$

27

Ανάλυση διακύμανσης διπλής κατεύθυνσης εξαρτημένων δειγμάτων

Διαφορές ή συσχέτιση	Διαφορές
Κλίμακα μέτρησης	Τουλάχιστον ίσων διαστημάτων
Σχεδιασμός	Εξαρτημένων δειγμάτων
Σημείωση	Πρέπει να πληρούνται οι προϋποθέσεις για τη χρήση των παραμετρικών κριτηρίων

28

Ένα παράδειγμα

- Μια ομάδα ερευνητών που μελετάει τις ψυχολογικές συνέπειες από τη στέρηση ύπνου, σχεδίασε και πραγματοποίησε ένα πείραμα στο οποίο συμμετείχαν τέσσερις εθελοντές, όλοι τους φοιτητές.
- Από τους συμμετέχοντες ζητήθηκε να εκτελέσουν μια σειρά από συνήθεις αθλητικές δραστηριότητες μέσα σε ένα μικρό γυμναστήριο.
- Ο καθένας από τους φοιτητές πήρε μέρος σε δύο πειραματικές συνθήκες: η πρώτη περιλάμβανε ελαφρά άσκηση για μια ώρα περίπου επί τρεις ημέρες, ενώ η δεύτερη πιο βαριά άσκηση για το ίδιο χρονικό διάστημα.
- Και στις δύο περιπτώσεις, μεταξύ των δραστηριοτήτων της πρώτης και της δεύτερης ημέρας οι φοιτητές δεν έπρεπε να κοιμηθούν. Οι φοιτητές έπρεπε να εκτιμήσουν το βαθμό κόπωσής τους μετά από την ολοκλήρωση καθεμίας από τις έξι (συνολικά) σειρές δραστηριοτήτων, χρησιμοποιώντας μια κλίμακα από το 2 ως το 10.

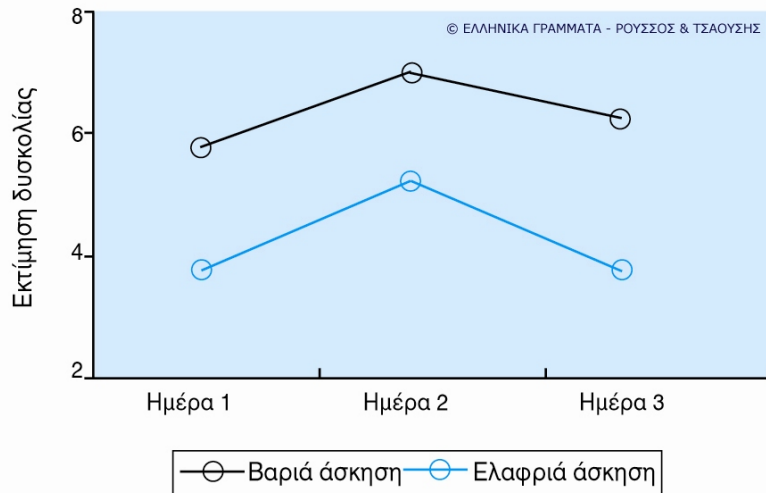
29

Τα δεδομένα

		Ημέρα (Παράγοντας Β)			
		Ημέρα 1 (B1)	Ημέρα 2 (B2)	Ημέρα 3 (B3)	
Άσκηση (Παράγοντας Α)	Ελαφρά άσκηση (A1)	S1	3	5	3
		S2	4	5	4
		S3	3	5	3
		S4	5	6	5
	Βαριά άσκηση (A2)	S1	5	7	5
		S2	5	6	7
		S3	7	7	6
		S4	6	8	7

30

Πολύγωνο συχνότητας των μέσων όρων



31

Τα αποτελέσματα από το SPSS

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
Ελαφριά άσκηση - Ημέρα 1	3,75	,957	4
Ελαφριά άσκηση - Ημέρα 2	5,25	,500	4
Ελαφριά άσκηση - Ημέρα 3	3,75	,957	4
Βαριά άσκηση - Ημέρα 1	5,75	,957	4
Βαριά άσκηση - Ημέρα 2	7,00	,816	4
Βαριά άσκηση - Ημέρα 3	6,25	,957	4

32

Τα αποτελέσματα από το SPSS

Measure: MEASURE_1

Tests of Within-Subjects Effects

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared	
exerc	Sphericity Assumed	26,042	1	26,042	43,605	,007	,936
	Greenhouse-Geisser	26,042	1,000	26,042	43,605	,007	,936
	Huynh-Feldt	26,042	1,000	26,042	43,605	,007	,936
	Lower-bound	26,042	1,000	26,042	43,605	,007	,936
Error(exerc)	Sphericity Assumed	1,792	3	,597			
	Greenhouse-Geisser	1,792	3,000	,597			
	Huynh-Feldt	1,792	3,000	,597			
	Lower-bound	1,792	3,000	,597			
day	Sphericity Assumed	8,583	2	4,292	9,364	,014	,757
	Greenhouse-Geisser	8,583	1,424	6,030	9,364	,031	,757
	Huynh-Feldt	8,583	2,000	4,292	9,364	,014	,757
	Lower-bound	8,583	1,000	8,583	9,364	,055	,757
Error(day)	Sphericity Assumed	2,750	6	,458			
	Greenhouse-Geisser	2,750	4,271	,644			
	Huynh-Feldt	2,750	6,000	,458			
	Lower-bound	2,750	3,000	,917			
exerc * day	Sphericity Assumed	,583	2	,292	,840	,477	,219
	Greenhouse-Geisser	,583	1,791	,326	,840	,469	,219
	Huynh-Feldt	,583	2,000	,292	,840	,477	,219
	Lower-bound	,583	1,000	,583	,840	,427	,219
Error(exerc*day)	Sphericity Assumed	2,083	6	,347			
	Greenhouse-Geisser	2,083	5,372	,388			
	Huynh-Feldt	2,083	6,000	,347			
	Lower-bound	2,083	3,000	,694			

33

Αποτελέσματα

- Παράγοντας A (Άσκηση): $F(1, 3)=43,40$, $p<,01$
- Παράγοντας B (Ημέρα): $F(2, 6)=9,33$, $p<,05$
- Αλληλεπίδραση: $F(2, 6)=,85$, ns

34