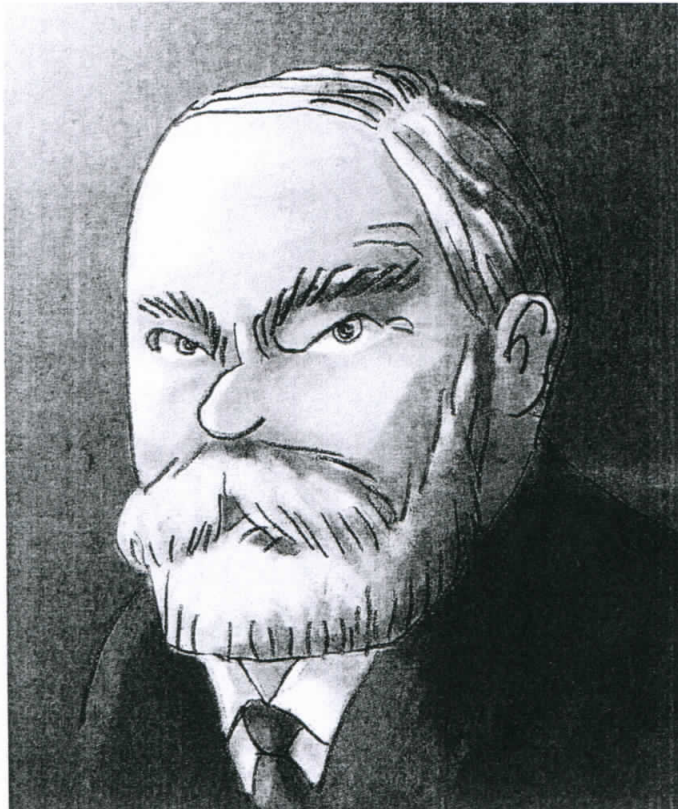


# Αναζητώντας τη λογική δομή της σκέψης: η οπτική του Φρέγκε

Απο τον ΣΤΑΘΗ ΨΥΛΛΟ

Χανς Σλουγκά, Φρέγκε. Η γέννηση της σύγχρονης λογικής και οι ρίζες της αναλυτικής φιλοσοφίας, μτφρ. Μιλτιάδης Ν. Θεοδοσίου, επιμ. Θάνος Σαμαρτζής, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο 2009, σελ. 384

Ο Γκότλομπ Φρέγκε (Gottlob Frege) (1848-1925) θεωρείται, όχι αδικώς, ο θεμελιωτής της αναλυτικής παράδοσης στην φιλοσοφία. Η ερμηνεία αυτή οφείλεται κυρίως στη διεξοδική, πολύπλευρη και δημιουργική μελέτη του έργου του Φρέγκε από τον Μάικλ Ντάμετ (Michael Dummett) που υποστηρίζει ότι η φρεγκεανή προσέγγιση στο νόημα και ειδικότερα η εμμονή του στην ιδέα ότι η φιλοσοφία πρέπει να στραφεί στην ανάλυση της γλώσσας ως μέσου για τη διερεύνηση της δομής της σκέψης συνιστά μια τομή στην ιστορία της φιλοσοφίας του μεγέθους της καρτεσιανής τομής και της συνακόλουθης αυτής στροφής στο υποκείμενο. Κατά τη φρεγκεανή προσέγγιση, η σκέψη έχει αντικειμενική υπόσταση και περιεχόμενο και οι νόμοι της είναι οι νόμοι της λογικής. Ως τέτοια, η σκέψη δεν πρέπει να ταυτιστεί με οποιοδήποτε υποκειμενικό χαρακτηριστικό που την «δένει» με τον φορέα της, όπως ιδέες, νοητικές εικόνες ή νοητικές αναπαραστάσεις. Αντιθέτως, η σκέψεις –οι πλήρεις σκέψεις, για την ακρίβεια– συλλαμβάνονται από αφηρημένα προτασιακά περιεχόμενα, τα οποία εκφράζονται από πλήρεις γλωσσικές προτάσεις. Το αφηρημένο *status* των προτασιακών περιεχομένων εξηγεί –αλλά και θεμελιώνει– τον δημόσιο χαρακτήρα της γλώσσας και ειδικότερα το γεγονός ότι οι σκέψεις μπορούν να είναι κοινές, δηλαδή δύο ή περισσότερα υποκείμενα μπορούν να κατεχούν ακριβώς την ίδια σκέψη –το ίδιο ακριβώς προτασιακό περιεχόμενο– ανεξαρτήτως των νοητικών εικόνων ή ιδεών με τις οποίες τη συνδέουν. Πράγματι, η δική μου ιδέα ή νοητική εικόνα για τον Τάμεση μπορεί να είναι (και μάλλον είναι) πολύ διαφορετική από τη δική σας, αλλά παρά ταυτα μπορούμε να μοιραστούμε ακριβώς την ίδια σκέψη, δηλαδή ότι ο Τάμεσης διατρέχει το Λονδίνο.



ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ ΔΟΞΙΑΔΗΣ

Ο Γκότλομπ Φρέγκε (1848-1925), θεμελιωτής της αναλυτικής φιλοσοφίας, σε αδημοσίευτο σκίτσο του Αλέκου Παπαδάτου, που προοριζόταν για το περίφημο *Logicomix*. Ευχαριστούμε τον Απόστολο Δοξιάδη για την ευγενική παραχώρησή του.

## 1.

Η θεμελιώδης θέση του Φρέγκε περί της αντικειμενικότητας της σκέψης και η συνακόλουθη αυτής θέση ότι η ανάλυση της γλώσσας συνιστά μια ανάλυση της σκέψης, τον οδήγησε στο να επικεντρώσει την προσοχή του στην διατύπωση μιας αυστηρής –και της πρώτης συστηματικής– θεωρίας του νοήματος. Ακριβέστερα, ο Φρέγκε διατύπωσε δύο θεωρίες νοήματος. Η πρώτη αναπτύσσεται εν πολλοίς στο πρώτο σύγγραμμά του *Εννοιολογία* (1879) και είναι μονοδιάστατη: θεω-

ρεί δηλαδή ότι η θεωρία νοήματος έχει μια βασική θεωρητική έννοια, αυτό που μπορεί να αποκληθεί αναφορά (*Bedeutung* – καλύτερα: σημασιολογική τιμή). Η σημασιολογική τιμή μιας γλωσσικής έκφρασης είναι η συνεισφορά της στην αλήθεια των προτάσεων στις οποίες εμπλέκεται. Η πρώτη αυτή θεωρία όμως αποδεικνύεται ανεπαρκής και ο Φρέγκε –στο πλέον γνωστό *Über Sinn und Bedeutung* (1892)– διατυπώνει μια διδιάστατη θεωρία νοήματος, σύμφωνα με την οποία το νόημα διαχωρίζεται σε σημασία (*Sinn*) και αναφορά (*Bedeutung*). Η εισαγωγή των σημασιών, που γίνεται από τον Φρέγκε για

πρώτη φορά, συνιστά μια ουσιαστική καινοτομία. Επιλύει ένα σημαντικό πρόβλημα της πρώιμης θεωρίας. Εάν το νόημα ταυτιζόταν με την αναφορά, τότε η πρόταση «το πρωινό αστέρι είναι το βραδινό αστέρι» θα έπρεπε να θεωρείται ταυτολογία, δεδομένου ότι η σημασιολογική τιμή των εκφράσεων που βρίσκονται δεξιά και αριστερά του σημείου ταυτότητας (που εκφράζεται από το «είναι») είναι η ίδια, δηλαδή ο πλανήτης Αφροδίτη. Ωστόσο, η συγκεκριμένη ταυτότητα διαφέρει από την ταυτότητα «Το πρωινό αστέρι είναι το πρωινό αστέρι». Η δεύτερη είναι πράγματι μια ταυτολογία, ενώ η πρώτη διαθέτει πληροφοριακό περιεχόμενο που ισοδυναμεί με μια αστρονομική ανακάλυψη. Η διαφορά αυτή υποδεικνύει ότι το νόημα μιας έκφρασης περιλαμβάνει κάποιο επιπλέον στοιχείο, το οποίο ο Φρέγκε αποκάλεσε *σημασία* της έκφρασης, δηλαδή αυτό χάρη στο οποίο η έκφραση κατανοείται. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, οι εκφράσεις «το πρωινό αστέρι», «το βραδινό αστέρι» έχουν διαφορετικές σημασίες αλλά την ίδια αναφορά. Για τον Φρέγκε, η σημασία είναι ο μηχανισμός που καθορίζει την αναφορά μιας έκφρασης. Συνιστά τον *τρόπο παρουσίασης* της αναφοράς. Το κρίσιμο βήμα που έκανε ο Φρέγκε, ωστόσο, είναι να θεωρήσει ότι οι σημασίες των εκφράσεων είναι αφηρημένες οντότητες, ανεξάρτητες από τα υποκείμενα που χρησιμοποιούν αυτές τις εκφράσεις. Αυτό σημαίνει ότι οι σημασίες είναι *εκτός του κρανίου*: δεν ταυτίζονται με τις ατομικές ιδέες και τις νοητικές εικόνες που τα υποκείμενα σχηματίζουν κατά την μεταξύ τους επικοινωνία. Θεωρώντας τις σημασίες ανεξάρτητες από τα υποκείμενα, ο Φρέγκε διασώζει την αντικειμενικότητα και τη διυποκειμενικότητα της επικοινωνίας.

## 2.

Η φρεγκεανή αυτή τομή συνοψίζεται σε τρεις θεμελιώδεις αρχές, που αποτυπώνονται ρητώς στο μνημειώδες έργο του *Τα θεμέλια της Αριθμητικής* (1884).

Α. Διάκριση ψυχολογικού-λογικού, υποκειμενικού-αντικειμενικού

Παρά το γεγονός ότι στους καθημερινούς μας συλλογισμούς το ψυχολογικό και το λογικό συνδέονται πολύ στενά, εάν αυτό που μας ενδιαφέρει είναι η θεμελίωση της γνώσης και η δομή της σκέψης τότε θα πρέπει να διακρίνουμε και να απομονώσουμε το αμιγώς λογικό στοιχείο.

Β. Αρχή του πλαισίου

Το νόημα κάθε όρου θα πρέπει πάντοτε να αναζητείται στο πλαίσιο προτάσεων και όχι ανεξάρτητα από αυτές. Κάθε προσπάθεια να προσδιοριστεί το νόημα ανεξάρτητα από το πλαίσιο μιας συγκεκριμένης πρότασης έχει ως αποτέλεσμα τη σύγχυση του νοήματος με τις σχετικές νοητικές εικόνες ή παραστάσεις και άρα την παραβίαση της αρχής Α.

Γ. Διάκριση μεταξύ έννοιας και αντικειμένου

Η συγκεκριμένη διάκριση αντανάκλα τη διάκριση μεταξύ συνάρτησης και ορίσματος. Οι έννοιες, για τον Φρέγκε, είναι συναρτησιακοί μηχανισμοί και αυτός είναι ο λόγος που αναπαριστώνται στη γλώσσα με ακόρεστες εκφράσεις της μορφής *— είναι Φ*. Αντιθέτως, τα αντικείμενα είναι πλήρεις οντότητες που αναπαριστώνται στη γλώσσα με κορεσμένες εκφράσεις, δηλαδή τους ενικούς όρους. Το όνομα ενός αντικειμένου συμπληρώνει το κενό σε μια ακόρεστη έκφραση με κάποιο τρόπο ώστε να προκύψει μια πρόταση με συγκεκριμένη αληθοτιμή. Αν πχ. στην ακόρεστη έκφραση *— είναι δορυφόρος της Γης*, συμπληρώσουμε το κενό με το όνομα «Σελήνη» τότε προκύπτει μια αληθής πρόταση, η οποία εκφράζει μια πλήρη σκέψη και συλλαμβάνει ένα προτασιακό περιεχόμενο.

Με βάση τις τρεις αυτές αρχές ο Φρέγκε άσκησε δριμύτατη κριτική στις τρέχουσες φιλοσοφικές αντιλήψεις της εποχής του, ιδιαίτερα στον εμπειρισμό, τον ψυχολογισμό, τη φυσιοκρατία, τον υποκειμενισμό και τον ιδεαλισμό, αλλά και θεμελίωσε τη δική του θετική άποψη για τους αριθμούς και τα θεμέλια της αριθμητικής.

### 3.

Ο Φρέγκε ήταν επαγγελματίας μαθηματικός και το σημαντικότερο ενδιαφέρον του συνίστατο στο να θεμελιώσει την αριθμητική στον (ορθό) Λόγο. Η αριθμητική για τον Φρέγκε είναι εγγεγραμμένη στους νόμους της σκέψης και άρα έχει λογικό χαρακτήρα, δηλαδή ανάγεται στη λογική και τους νόμους της. Ως τέτοια, η αριθμητική –σε αντίθεση με τη γεωμετρία και τις διάφορες εμπειρικές επιστήμες– δεν έχει ως αντικείμενο ένα

ιδιάζον και συγκεκριμένο πεδίο του επιστητού: αντικείμενο της είναι το επιστητό ως όλον. Ας το θέσουμε ως σύνθημα: η ίδια η σκέψη είναι αριθμητική, αν και δεν είναι ούτε χωρική ούτε φυσική ούτε ψυχολογική.

Κεντρικό στοιχείο της φρεγκεανής προσέγγισης στη γνώση αποτελεί μια ουσιαδής διαφορά από τον Καντ, δηλαδή ότι ο Λόγος από μόνος του (χωρίς την εποπτεία) είναι η πηγή και η θεμελίωση της αριθμητικής γνώσης. Η αναζήτηση από τον Φρέγκε ενός ισχυρού θεμελίου για την αριθμητική αντανάκλα την κρίση στην οποία οδηγούνται τα μαθηματικά στις τελευταίες δεκαετίες του 19ου αιώνα. Ο Φρέγκε, φυσικά, δεν είναι ο μόνος που βιώνει αυτή την κρίση. Ούτε είναι ο πρώτος που ως στοιχείο εξόδου από την κρίση θεωρεί τη θεμελίωση των μαθηματικών στη λογική. Αντίστοιχες θέσεις διατύπωσαν τόσο ο Λότζε όσο και ο Μπολζάνο. Ο Φρέγκε είναι παρά ταύτα ο πρώτος που επιχειρεί αυτό το εγχείρημα και που συλλαμβάνει ότι η εκτέλεση θα απαιτεί την αναμόρφωση της λογικής – η οποία παρέμενε εν πολλοίς απαράλλακτη από την εποχή του Αριστοτέλη και των Στωικών. Η νέα λογική θα έπρεπε να είναι αυστηρά τυπική και κατάλληλη να συλλάβει και να εκφράσει τη μαθηματική συναγωγή. Η τυπικότητα είχε να κάνει με το γεγονός ότι ο Φρέγκε επεδίωξε να εξοβελίσει την καντιανή εποπτεία από την αριθμητική. Η *Εννοιολογία* του 1879 αποτελεί την πρώτη διατύπωση του προτασιακού και κατηγορηματικού λογισμού, όπως τον γνωρίζουμε σήμερα, αλλά και των βασικών αρχών της δευτεροβάθμιας λογικής. Αν και, όπως είπαμε ήδη, η θεωρία νοήματος που προκύπτει η *Εννοιολογία* είναι ελλιπής, το φιλοσοφικό της μήνυμα είναι ότι η γλώσσα της σκέψης δεν πρέπει να ταυτίζεται με καμία φυσική γλώσσα, αλλά πρέπει να αποτελεί έναν τυπικό σκελετό που αναδεικνύει τη λογική μορφή της σκέψης ανεξάρτητα από την εκάστοτε γλωσσική της ένδυση. Όσον αφορά την αριθμητική, ειδικότερα, το μήνυμα είναι ότι η θεμελίωσή της στον Λόγο απαιτεί τον εξοβελισμό της εποπτείας και την παραγωγή των βασικών αρχών της αριθμητικής από λογικούς νόμους μέσω λογικών συναγωγών.

Πατί πρέπει να εξοβελιστεί η εποπτεία από την αριθμητική. Πατί σαφώς εμποδίζει την αναγωγή της αριθμητικής στη λογική. Για τον Καντ, οι προτάσεις τόσο της αριθμητικής όσο και της γεωμετρίας δεν είναι αναλυτικές. Η εξίσωση, για παράδειγμα,  $5+7=12$  δεν συνιστά εννοιολογική αλήθεια. Η απόδειξή της, ακριβώς επειδή εμπλέκει τον χρόνο –την επανάληψη της κατασκευής στον χρόνο, για να είμαστε πιο ακριβείς–

εμπλέκει την εποπτεία. Παρά ταύτα, οι αλήθειες της αριθμητικής, κατά τον Καντ, είναι αναγκαίες και άρα *a priori*. Τι είναι αυτό που καθιστά τις μαθηματικές κρίσεις αν και συνθετικές, *a priori* και αναγκαία αλήθειες; Το ότι συλλαμβάνουν (ακριβέστερα, καθορίζουν) τις μορφές της καθαρής εποπτείας, δηλαδή εν τέλει τις μορφές της αισθητικότητας: τον χώρο και τον χρόνο. Όλες επομένως οι μαθηματικές προτάσεις είναι, για τον Καντ, συνθετικές *a priori*. Και από τη στιγμή που οι προτάσεις της λογικής είναι αναλυτικές *a priori*, η αναγωγή των μαθηματικών αληθειών σε λογικές είναι αδύνατο να επιτευχθεί εντός του καντιανού συστήματος.

Αν ο Φρέγκε διαφωνεί με τον Καντ περί του ρόλου της εποπτείας στην αριθμητική, διαφωνεί εξίσου και με ριζικές εμπειριστικές προσεγγίσεις στην αριθμητική και την γεωμετρία όπως αυτές διατυπώνονταν από τον Τζον Στιούαρτ Μιλ.

Σύμφωνα με τον Μιλ, όλη η γνώση στηρίζεται στην εμπειρία. Άρα δεν υπάρχει *a priori* γνώση. Οι νόμοι της λογικής, συνεπώς, είναι εμπειρικοί νόμοι και θεμελιώνονται εμπειρικά. Όπως η λογική και η γεωμετρία, έτσι και η αριθμητική είναι για τον Μιλ μια φυσική επιστήμη, η οποία αφορά μια κατηγορία νόμων της φύσης: αυτούς που αναφέρονται σε συναθροίσεις. Τα νούμερα (τα γραπτά σημεία τα οποία δηλώνουν αριθμούς) αναφέρονται σε συναθροίσεις, δηλαδή σε φυσικές οντότητες και όχι αφηρημένες οντότητες. Συνεπώς η αλήθεια της πρότασης  $7+5=12$  είναι επαγωγικά θεμελιωμένη.

Παρά τη θεμελιώδη διαφωνία τους, ο Καντ και ο Μιλ συμφωνούν ότι οι αριθμητικές αλήθειες είναι συνθετικές. Και αυτή η κοινή θέση φαίνεται να τους παρέχει ένα τρόπο για να εξηγήσουν την εφαρμοσιμότητα των μαθηματικών στον εμπειρικό κόσμο (αν και η εξήγηση που παρέχουν είναι διαφορετική). Για τον Καντ, η εμπειρία δεν θα ήταν δυνατή χωρίς τα μαθηματικά, αφού αυτά καθορίζουν τη μορφή της εποπτείας, ενώ για τον Μιλ τα μαθηματικά αποτελούν γενικεύσεις εμπειρικών αληθειών και εφαρμόζονται σε συλλογές αντικειμένων.

Για τον Φρέγκε και οι δυο αυτές προσεγγίσεις είναι λανθασμένες. Πιο συγκεκριμένα, αν και οι αριθμητικές προτάσεις για τον Φρέγκε είναι απαλλαγμένες από κάθε συνθετικό περιεχόμενο, είναι εφαρμόσιμες στον κόσμο ακριβώς γιατί εκφράζουν γεγονότα σχετικά με έννοιες. Για να γίνει αυτό κατανοητό πρέπει να επιστημονουμε μια ακόμα φιλοσοφική καινοτομία του Φρέγκε. Θεώρησε ότι οι αριθμοί συνδέονται πάντοτε με μια έννοια: ένας αριθμός ανήκει σε μια έννοια Φ. Έτσι,

για παράδειγμα, ο αριθμός 1 ανήκει στην έννοια «δορυφόρος της Γης» ή σύμφωνα με μια άλλη διατύπωση, ο 1 είναι ο αριθμός της έννοιας «δορυφόρος της Γης». Κάθε αριθμός συνδέεται πάντοτε με μια έννοια με τέτοιο τρόπο ώστε να εκφράζει ένα γεγονός σχετικό με την έννοια αυτή. Συγκεκριμένα, αναδεικνύει πόσα πράγματα εμπίπτουν στην έννοια. Αυτή η ιδέα, πέραν του ότι προοιωνίζεται τη θέση ότι οι αριθμοί είναι αντικείμενα (θυμηθείτε την τρίτη προγραμματική θέση του) εξηγεί την εφαρμοσιμότητα των μαθηματικών στον κόσμο – για την οποία ο Φρέγκε δήλωσε ρητώς ότι αυτή και μόνον αυτή μετατρέπει τα μαθηματικά από απλό παίγνιο σε επιστήμη. Σύμφωνα με τη θεμελιώδη σκέψη του Φρέγκε, η αριθμητική πρόταση «ο αριθμός των δορυφόρων της Γης είναι ο 1» είναι εφαρμόσιμη στον κόσμο επειδή εκφράζει μια αντικειμενική αλήθεια σχετικά με την έννοια «δορυφόρος της Γης». Η εφαρμοσιμότητα των μαθηματικών προϋποθέτει απλώς την εφαρμοσιμότητα των εννοιών.

Εξίσου λανθασμένη, όμως, είναι για τον Φρέγκε και μια ιδεαλιστική προσέγγιση στα μαθηματικά, σύμφωνα με την οποία οι αριθμοί είναι ιδέες ή νοητικές κατασκευές. Η διωποκειμενικότητα στην αριθμητική γνώση (αλλά και στη γνώση γενικότερα) θεμελιώνεται ακριβώς στην απομάκρυνση των ψυχολογικών και των υποκειμενικών στοιχείων από τις σημασίες των αριθμητικών εκφράσεων.

Η αριθμητική γνώση είναι λοιπόν αναλυτική και *a priori*. Ο Φρέγκε όμως μετασχηματίζει κατά τι αυτές τις δύο κεντρικές φιλοσοφικές κατηγορίες. Η αναλυτικότητα, σύμφωνα με τον Φρέγκε, ορίζεται ως εξής: μία πρόταση είναι αναλυτική εάν μπορεί να παραχθεί (αποδειχθεί) από λογικές αλήθειες μέσω γενικών λογικών νόμων και ορισμών, ενώ είναι συνθετική στην αντίθετη περίπτωση. Μια πρόταση είναι *a priori* αληθής εάν η απόδειξή της εξαρτάται μόνο από γενικούς νόμους οι οποίοι δεν είναι οι ίδιοι αποδειξίμοι (άρα τίθενται ως αξιώματα). Σημειώστε ότι και στις δύο έννοιες υπεισέρχεται η έννοια της απόδειξης. Στον βαθμό που οι προκειμένες της απόδειξης μιας πρότασης είναι λογικοί νόμοι και ορισμοί (όπως στην αριθμητική) τότε η εν λόγω πρόταση είναι αναλυτική και *a priori*. Κατ' αυτή την έννοια, σε σχέση με τις μέχρι τότε φιλοσοφικές παραδόσεις ως προς το *status* των αληθών προτάσεων της αριθμητικής, ο Φρέγκε βρίσκεται πλησιέστερα στον Λάμπνιτς ο οποίος τις αντιμετώπιζε ως αλήθειες του Λόγου. Τη συμφωνία του με τον Λάμπνιτς εκφράζει ρητά στα *Θεμέλια της Αριθμητικής*, όταν αναφέρεται στη δυνατότητα απόδειξης των αριθμητικών τύπων στη βάση γενικών νόμων.

Δύο σημαντικά ερωτήματα εγείρονται σε αυτό το σημείο. Τι είναι οι αριθμοί; Πώς τους γνωρίζουμε; Έχοντας αποκλείσει διάφορες απαντήσεις σε αυτά τα ερωτήματα, ο Φρέγκε τοποθετείται ως εξής. Οι αριθμοί είναι αντιπρόσωποι, μη αισθητές, λογικές οντότητες. Μετά τον Πλάτωνα είναι ίσως η πρώτη φορά που γίνεται ρητά μια τέτοια δήλωση για τους αριθμούς. Όμως, για πρώτη φορά οι αριθμοί αποκτούν –χάρη στον Φρέγκε– υπόσταση αντικειμένου, όπως έπεται από την θεμελιώδη τρίτη θέση του. Η ανάδειξη της φύσης των αριθμών ως αντικειμένων γίνεται μέσω της σύνταξης της γλώσσας της αριθμητικής. Οι αριθμητικοί όροι λειτουργούν ως ενικοί όροι στις αριθμητικές προτάσεις – πχ., «ο αριθμός των δορυφόρων της Γης είναι ο ένας». Η χρήση ενικών όρων εκφράζει τη σκέψη ότι η αναφορά τους είναι αντικείμενα. Ωστόσο, η σύνταξη δεν επαρκεί από μόνη της για να δικαιολογήσει την ύπαρξη αντικειμένων εάν δεν εξασφαλιστεί επίσης η αλήθεια των προτάσεων στις οποίες εμφανίζονται οι ενικοί όροι. Εάν συγκεκριμένες εκφράσεις λειτουργούν ως ενικοί όροι μέσα σε αληθείς προτάσεις τότε υπάρχουν πραγματικά αντικείμενα που είναι τα αντικείμενα αναφοράς των ενικών όρων αυτών. Συνεπώς η σύνταξη μαζί με την αλήθεια μας οδηγούν σε απαντήσεις σχετικά με την ύπαρξη οντοτήτων του κόσμου. Στη βάση αυτή στηρίζεται ο μαθηματικός πλατωνισμός του Φρέγκε.

Εάν οι αριθμοί είναι μη αισθητά και μη χωροχρονικά αντικείμενα για τα οποία δεν διαθέτουμε ούτε αισθητηριακή πρόσληψη ούτε νοητικές παραστάσεις, όπως τονίζει ο Φρέγκε, τότε θα πρέπει να υπάρχει κάποιος άλλος τρόπος που οι αριθμοί δίνονται σε μας. Η καινοφανής προσέγγιση του Φρέγκε συνίσταται στη θέση ότι οι αριθμοί μας δίνονται μέσω της αλήθειας των προτάσεων της αριθμητικής. Ποιων προτάσεων για την ακρίβεια; Αυτών που μας επιτρέπουν να αναγνωρίζουμε έναν αριθμό ως το ίδιο αντικείμενο, κάθε φορά που τον συναντούμε. Συνεπώς, οι καταλληλότερες προτάσεις που μπορούν να λειτουργήσουν ως αναγνωριστικές του αριθμού είναι οι αριθμητικές ταυτότητες: δεν υπάρχει οντότητα χωρίς ταυτότητα, όπως θα σχολίαζε αργότερα και ο Κουίνε (Quine). Αυτό το βήμα δεν αποτελεί παρά εξειδίκευση της δεύτερης θεμελιώδους αρχής του Φρέγκε, της αρχής του πλαισίου.

Δεν είναι όμως οι προτάσεις ταυτότητας στην αριθμητική αναλυτικές και άρα κενές περιεχομένου; Δεν παγιδεύει ο Φρέγκε τον εαυτό του με το να αρνείται τον συνθετικό χαρακτήρα των αριθμητικών αληθειών; Η διάκριση μεταξύ σημασίας και αναφοράς που εισήγαγε το 1892 επιλύει αυτό ακριβώς το πρόβλημα. Δύο αριθμητικές εκφράσεις που βρίσκονται

εκατέρωθεν του σημείου της ταυτότητας (όπως στην ισότητα  $7+5=12$ ) μπορεί να έχουν την ίδια αναφορά, αλλά έχουν διαφορετικές σημασίες. Άρα μια μαθηματική ταυτότητα, αν και αναλυτική αλήθεια, έχει πληροφοριακό περιεχόμενο: εξισώνει δύο διαφορετικούς τρόπους παρουσίας του ίδιου αντικειμένου.

Οι προτάσεις ταυτότητας που είναι αναγνωριστικές των αριθμών δίνουν, τονίζει ο Φρέγκε, από τη μήτρα: «ο αριθμός της έννοιας Φ είναι ο ίδιος με τον αριθμό της έννοιας Γ». Τότε όμως χρειαζόμαστε ένα κριτήριο ταυτότητας. Αυτό το κριτήριο το δανείζεται από τον Χιουμ: η ταυτότητα των αριθμών οφείλει να εκφράζεται με όρους αντιστοιχίας 1 προς 1, δηλαδή δύο αριθμοί είναι ίσοι όταν ο καθένας τους έχει πάντοτε μια μονάδα που αντιστοιχεί σε μια μονάδα του άλλου. Ο Φρέγκε επισημαίνει ότι η έννοια της αντιστοιχίας 1 προς 1 είναι μια λογική έννοια – που δεν προϋποθέτει την εποπτεία αλλά ούτε καν την έννοια του αριθμού. Είναι τότε σε θέση να ορίσει μια αρχή (γνωστή και ως αρχή αφαίρεσης) η οποία εισάγει (και συνεπώς ορίζει) την έννοια του αριθμού: (N) «Ο αριθμός της έννοιας Φ είναι ο ίδιος με τον αριθμό της έννοιας Γ αν και μόνο αν οι έννοιες Φ και Γ βρίσκονται σε μία αντιστοιχία 1-1». Συνεπώς, ο τρόπος που μας δίνονται οι αριθμοί δεν εξαρτάται από την αισθητηριακή αντίληψη, την εμπειρία, την *a priori* καντιανή εποπτεία ή άλλου τύπου εποπτεία, αλλά από ένα λογικό γεγονός που αφορά μια αντιστοιχία 1-1 μεταξύ εννοιών. Αυτό που σκόπευε να κάνει στη συνέχεια ο Φρέγκε ήταν να παραγάγει από την αρχή (N) τα αξιώματα Πιάνο, δηλαδή τους θεμελιώδεις νόμους της αριθμητικής, αποδεικνύοντας έτσι ότι η αλήθεια όλων των αριθμητικών προτάσεων ανάγεται στη λογική.

Είναι γνωστό τοις πάσι ότι το πρόγραμμα του Φρέγκε κατέρρευσε μέσω του παραδόξου του Ράσελ. Αυτό που είναι λιγότερο γνωστό είναι ότι το πρόγραμμα κατέρρευσε επειδή ένα σημαντικό εννοιολογικό πρόβλημα – γνωστό και ως το πρόβλημα του Καίσαρος – δυναμίτισε την αρχή (N) και οδήγησε τον Φρέγκε σε έναν εκτασιακό ορισμό της έννοιας του αριθμού: ο αριθμός της έννοιας Φ είναι η κλάση όλων των εννοιών που είναι ισοπληθικές με την έννοια Φ. Οι αριθμοί, κατά συνέπεια, ορίζονται ως κλάσεις κλάσεων (εκτάσεις). Η χρήση από τον Frege εκτάσεων εννοιών (και σε τελική ανάλυση κλάσεων) στους ορισμούς του είχε συγκεκριμένα αποτελέσματα που απέβησαν μοιραία για το πρόγραμμά του. Στο βιβλίο του *Οι βασικοί νόμοι της Αριθμητικής* (1893), ο Φρέγκε χρησιμοποίησε την αρχή της απε-

ριόριστης συμπερίληψης, σύμφωνα με την οποία, για οποιαδήποτε ιδιότητα, μπορούμε να σχηματίσουμε την κλάση όλων των αντικειμένων που ικανοποιούν αυτή την ιδιότητα. Με βάση αυτή την αρχή, διατύπωσε τον βασικό νόμο V, σύμφωνα με τον οποίο δύο έννοιες έχουν την ίδια έκταση αν και μόνο αν οι εκτάσεις τους μπορούν να τεθούν σε αντιστοιχία 1-1. Πριν καλά καλά εκδοθεί ο δεύτερος τόμος του έργου του το 1903, ο Ράσελ έστειλε την περίφημη επιστολή στον Φρέγκε η οποία απεδείκνυε ότι το σύστημα του Φρέγκε υπέκυπτε σε λογική αντίφαση. Ο Φρέγκε σύντομα εγκατέλειψε την προσπάθειά του για την ανεύρεση της λογικής βάσης της αριθμητικής. Αλλά η αλήθεια είναι ότι υπονόμωσε ο ίδιος το πρόγραμμά του εμπλεκόμενος σε ασυνέπειες, από τη στιγμή που αποφάσισε να χρησιμοποιήσει εκτασιακούς ορισμούς και κλάσεις.

Ο Λογικισμός, όπως ονομάστηκε το πρόγραμμα του Φρέγκε, πέρασε στη λήθη. Όμως τις τελευταίες δεκαετίες του 20ού αιώνα ανασύρθηκε η βασική του ιδέα και έγινε πάλι επίκαιρη. Το γεγονός είναι ότι αν κανείς χρησιμοποιήσει απευθείας την αρχή (N) ως έμμεσο ορισμό (χωρίς να καταφύγει σε ρητούς ορισμούς και σε εκτάσεις), αποφεύγει τις επικίνδυνες ατραπούς που οδήγησαν στις ασυνέπειες όπου ενεπλάκη τελικά ο Φρέγκε. Αυτή η παρατήρηση αποτελεί το θεμέλιο του προγράμματος του νεολογικισμού, που εκπροσωπείται από τους Γκρίσπιν Ράιτ και Μπομπ Χέιλ. Εάν η (N) προστεθεί στη δευτεροβάθμια λογική ως συμπληρωματικό αξίωμα τότε παρέχει ένα σύστημα από το οποίο μπορούν να παραχθούν τα αξιώματα Πιάνο, μεταξύ των οποίων και το ότι για κάθε φυσικό αριθμό υπάρχει πάντοτε ο επόμενός του.

## 4.

Η ανωτέρω συνοπτική και αναγκαστικά σχηματική παρουσίαση της φρεγκεανής φιλοσοφίας και των κληροδοτημάτων της αποτελεί το πλαίσιο για να γίνει κατανοητή η προσέγγιση του Χανς Σλούγκα στο βιβλίο του *Φρέγκε: Η γέννηση της σύγχρονης λογικής και οι ρίζες της αναλυτικής φιλοσοφίας*, που εκδόθηκε πρόσφατα από τις Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης. Το βιβλίο αυτό είναι σχετικά παλαιό –εκδόθηκε το 1980, στην σειρά του Routledge: Τα επιχειρήματα των φιλοσόφων. Ο Σλούγκα μαθήτευσε με τον Μάικλ Ντάμετ και είναι βαθύς γνώστης της γερμανικής φιλοσοφίας κατά τον 19ο αιώνα. Το βιβλίο του δεν αποτελεί προσπάθεια μιας σχετικής ουδέτερης προσπάσης της σκέψης του Φρέγκε. Δεν πιστεύω φυσικά ότι υπάρχουν ουδέτερες φιλοσοφικές

αναγνώσεις των μεγάλων νεκρών φιλοσόφων – αν είναι ουδέτερες δεν είναι φιλοσοφικές. Όμως η επιλογή της οπτικής μέσω της οποίας γίνεται μια φιλοσοφική ανάγνωση ενός φιλοσόφου δεν μπορεί να είναι και αυθαίρετη ούτε υπερβολικά ετεροβαρής. Πρέπει να περιορίζεται από τα κείμενα και να αναδεικνύει –ή να προσπαθεί να αναδείξει– πώς σχετίζεται, και γιατί υπερέχει σε σχέση, με αντίπαλες αναγνώσεις. Η ανάγνωση του Φρέγκε από τον Σλούγκα είναι στον αντιποδο της νταμετιανής ανάγνωσης. Επιχειρεί δε να τονίσει την συνέχεια της σκέψης του Φρέγκε με τη γερμανική ιδεαλιστική παράδοση παρά την τομή με αυτήν. Το βιβλίο του Σλούγκα είναι ένα πρωτόγνωστο ιστορικό κείμενο, το οποίο επιχειρεί να επανατοποθετήσει τον Φρέγκε εντός της διαρρηγμένης γερμανικής ιδεαλιστικής παράδοσης. Όπως λέει ο συγγραφέας, το βιβλίο του επιχειρεί να απονεμίσει «ιστορική δικαιοσύνη» (σ. 71).

Οι βασικές θέσεις του Σλούγκα είναι οι εξής:

- Ο Φρέγκε πρέπει να συλληφθεί ως ανήκων στην παράδοση του γερμανικού ιδεαλισμού με έντονα καντιανά στοιχεία.
- Η βασική του θέση ήταν ότι στα μαθηματικά υπάρχει αντικειμενικότητα χωρίς αντικείμενα – δηλαδή χωρίς να θεωρηθούν οι αριθμοί ως πλαστικά αντικείμενα.
- Η θεωρία της σημασίας δεν πρέπει να θεωρηθεί ως εκλαμβάνουσα τις σημασίες ως αφηρημένα αντικείμενα.
- Οι βασικές επιδράσεις του Φρέγκε ήταν από τον Καντ, τον Λάιμπνιτς και τον Λότζε.

Η αφήγηση του Σλούγκα είναι περιπεχνη και πολυεπίπεδη (και η απόδοση στα ελληνικά αρκετά καλή, αν και κακός ο όρος *rationalism* αποδίδεται ως *νοησιαρχία* ή ο όρος *inn* ως *νόημα*). Ο Σλούγκα παρουσιάζει την πτώση του εγελιανισμού, τη στροφή σε φυσιοκρατικές προσεγγίσεις στη σχέση νοού-κόσμου, την άνοδο του εμπειρισμού του Ερνστ Μαχ (που θεωρήσει τη λογική ως «οικονομία της σκέψης»), την εμφάνιση του ψυχολογισμού (ακόμα και στο έργο του πρώιμου Χούσερλ) και την ανάκαμψη του καντιανισμού μέσω των διαφόρων νεοκαντιανών σχολών. Πού τοποθετείται ο Φρέγκε σε αυτό το πλαίσιο; Ο Σλούγκα αναπτύσσει την αντιπαλότητα του Φρέγκε στη φυσιοκρατία, τον εμπειρισμό και τον ψυχολογισμό, αλλά θέλει να εγγράψει τη σκέψη του εντός της νεοκαντιανής παράδοσης. Ο συνθετικός κρίκος είναι ο Ρούντολφ Χέρμαν Λότζε (1817-1881), ένας σημαντικός Γερμανός φιλόσοφος και βιολόγος, που έγραψε μεταξύ άλλων και ένα

βασικό σύγγραμμα Λογικής (1874). Ο Φρέγκε μελέτησε τον Λότζε και σαφέστατα επηρεάστηκε από αυτόν, ιδιαίτερα όσον αφορά το status της λογικής. Κατά τον Σλούγκα, επηρεάστηκε ιδιαιτέρως από τον αντιεμπειρισμό και αντιψυχολογισμό του Λότζε όσον αφορά τη λογική και εμπνεύστηκε από τον Λότζε τη θέση του ότι η αριθμητική είναι λογική.

Πώς προκύπτει όμως από όλα αυτά ότι ο Φρέγκε απέρριψε τον μαθηματικό ρεαλισμό; (βλ. σ. 115) Εδώ νομίζω ότι η φιλοσοφική ατζέντα του Σλούγκα τον προδίδει. Κατ' αρχάς, η ανάγνωση του Φρέγκε μέσω του Λότζε που επιχειρεί καθοδηγείται από ένα κείμενο για τον Λότζε που συνέγραψε το 1918 ο σημαντικός Γερμανός νεοκαντιανός και συνάδελφος του Φρέγκε στην Λένα, Μπρούνο Μπάουχ. Και η ανάγνωση αυτή γίνεται εμφανώς υπό μια λατινική οπτική γωνία (βλ. σ. 153). Για παράδειγμα, ο Μπάουχ «βρίσκει» στον Λότζε τη θέση ότι η πλατωνική θεωρία των ιδεών μπορεί να ιδωθεί ως μια θεωρία «περί αντικειμενικότητας ελεύθερης από οντολογικές εξαρτήσεις». Και είναι αυτή ακριβώς η θέση που ο ίδιος ο Σλούγκα στη συνέχεια αποδίδει στον Φρέγκε. Κατανοώ την ελκυστικότητα αυτής της θέσης. Αλλά υπάρχουν σοβαροί λόγοι να θεωρήσουμε ότι ο Φρέγκε συνέδεσε την αντικειμενικότητα στα μαθηματικά αλλά και στο νόημα με την ύπαρξη *αφηρημένων* αντικειμένων – εδώ θεώρησε ότι ακόμα και οι αληθιότητες είναι αντικείμενα. Το πρόβλημα δεν είναι μόνο ιστορικό. Είναι και εννοιολογικό. Το μη αισθητό (και όχι μη αισθητηριακό, όπως αποδίδεται στην μετάφραση) στοιχείο στη σκέψη το οποίο αναμφίβολα ο Φρέγκε προκρίνει (βλ. σ. 114) δεν υπονομεύει κατ' ανάγκη τον ρεαλισμό (όπως λανθασμένα δηλώνει ο Σλούγκα) παρεκτός και αν ταυτίσουμε τον ρεαλισμό με μια δέσμευση στην ύπαρξη φυσικών ή χωροχρονικών και μόνο αντικειμένων. Αυτό θα ήταν σημαντική παρανόηση. Μια παρανόηση εναντίον της οποίας μας προειδοποιεί ο Φρέγκε μέσω της αρχής του πλαισίου ως αρχής οντολογικής δέσμευσης.

Η προσπάθεια σύνδεσης του Φρέγκε με τον γερμανικό ιδεαλισμό σκοντάφτει και στην επιμονή του Φρέγκε στην αναλυτικότητα της αριθμητικής. Ο Σλούγκα υποτιμά την εμμονή στην αναλυτικότητα (που υποδηλώνει τις λαϊμπνιτσιανές καταβολές του Φρέγκε) και τονίζει την εμμονή του Φρέγκε στην απριορικότητα της αριθμητικής. Όπως όμως λέει, «δεν θα πρέπει να παραβλέψουμε το γεγονός ότι [ο Φρέγκε] και από τους δύο [Λάμπνιτς και Καντ] αντλεί με επιλεκτικό μονάχα τρόπο» (σ. 164). Ακριβώς. Αυτό, κατά τη γνώμη μου, δείχνει και τη ματαιότητα της προσπάθειας να



Αδμοσιεύτου σκίτσο του Γκότλομπ Φρέγκε από τον Αλ. Παπαδάτο, από τα υπόλοιπα του *Logicomix*.

ειπωθεί μια συνεκτική ιστορία για τη θέση του Φρέγκε εντός του γερμανικού ιδεαλισμού. (Παρεμπιπτόντως, ο ρασιοναλισμός δεν πρέπει να θεωρείται ως αντίπαλος του ρεαλισμού και συνοδοιπόρος του ιδεαλισμού, όπως αφήνει να εννοηθεί ο Σλούγκα).

Ο Φρέγκε υπήρξε μια φιλοσοφική ιδιοφυΐα που επεδίωξε να χαρτογραφήσει ανεξερεύνητες περιοχές. Όπως και πολλές άλλες φιλοσοφικές ιδιοφυΐες πριν από αυτόν, μελέτησε την παράδοση αλλά άντλησε από αυτήν επιλεκτικά με στόχο να επανασυνθέσει τους καρπούς που ιδιοποιήθηκε σε ένα νέο φιλοσοφικό δόγμα. Ο Φρέγκε απέδωσε τη θεμελιώδη αρχή (N) που επισήμαναμε παραπάνω στον Χιουμ – γι' αυτό και στη σύγχρονη βιβλιογραφία η αρχή αυτή αποκαλείται και Αρχή του Χιουμ. Τη βρήκε τελικά στον Χιουμ; Μάλλον όχι – στον Χιουμ βρήκε μια σχετικά απλοϊκή και πρωτόλεια εκδοχή αυτής της αρχής, την οποία ο αφού ο Φρέγκε ανασυγκρότησε και τυποποίησε, ανέδειξε τον λογικό της χαρακτήρα. Κάτι ανάλογο μπορεί να ειπωθεί και για τις σχέσεις του με τον Καντ και άλλους μεγάλους νεκρούς.

## 5.

Το βιβλίο του Σλούγκα επιδιώκει μεταξύ άλλων να αναδείξει μια σειρά από εγγενείς αδυναμίες που υποτίθεται ότι μαστίζουν την αναλυτική παράδοση στη φιλοσοφία, με προεξάρχουσα την αν- ή αντι-ιστορικότητα της. Σύμπτωμα αυτής της πάθησης είναι, κατά τον Σλούγκα, το γεγονός ότι η αναλυτική παράδοση παρερμηνεύει την ίδια της την ιστορία. Πολλά έχουν αλλάξει

από τότε που ο Σλούγκα έγραψε αυτό το κείμενο, και ένα από αυτά είναι ότι η αναλυτική παράδοση έγινε πιο ευαίσθητη όσον αφορά την ιστορία και την ιστορικότητα. Θα ήθελα να κλείσω όμως, εγείροντας ένα ερώτημα για τη σχέση μεταξύ φιλοσοφίας και ιστορίας της φιλοσοφίας, μια σχέση τη στενότητα της οποίας προπαγανδίζει ο Σλούγκα. Η ιστορία της φυσικής, ας πούμε, δεν είναι φυσική, αν και η θεραπεία της επιβοηθείται ουσιαστικά από την γνώση της φυσικής. Η ιστορία της φυσικής είναι *ιστορία*. Η ιστορία της φιλοσοφίας, λένε πολλοί, είναι *φιλοσοφία*. Ποια είναι η διαφορά; Ποια είναι η ελλείπουσα προκείμενη που καθιστά το εν λόγω επιχείρημα έγκυρο; Ομολογώ ότι δεν έχω καταλήξει ακόμα. Τείνω να θεωρώ ότι τα φιλοσοφικά προβλήματα είναι εγγενώς άχρονα και ότι εν τω χρόνω είναι μόνο οι διατυπώσεις τους και οι διάφορες προσπάθειες αντιμετώπισής τους. Τείνω ακόμα να πιστεύω ότι το άχρονο των φιλοσοφικών προβλημάτων εξηγεί το γεγονός ότι επανέρχονται ως *idia* προβλήματα, ακόμα και αν οι εμπειρικές μας γνώσεις περί αυτών αλλάζουν. Τείνω τέλος να θεωρώ ότι η ιστορία της φιλοσοφίας είναι φιλοσοφία στον βαθμό που έχει κάτι να μας πει για το πώς πρέπει ή δεν πρέπει να σκεφτόμαστε γι' αυτά τα άχρονα φιλοσοφικά προβλήματα *τώρα* – κοιτώντας πίσω στο παρελθόν για το πώς σκέφτονταν γι' αυτά οι μεγάλοι νεκροί. Κατανοώ ότι αυτές οι απόψεις δεν είναι ούτε καλά επεξεργασμένες ούτε ευρέως αποδεκτές. Ίσως η ελλείπουσα προκείμενη που συνδέει άρρηκτα την ιστορία της φιλοσοφίας με την φιλοσοφία να είναι η μια βασική θέση του Σλούγκα – και αντίθεσή του με την αναλυτική

παράδοση, δηλαδή «η χρονικότητα της σκέψης» (σ. 67). Το σκέπτεσθαι είναι σαφώς χρονικό. Αλλά, αν ο Φρέγκε έχει δίκιο, η σκέψη δεν είναι. Και αυτό εξηγεί, κατά τη γνώμη μου, γιατί οι μεγάλοι νεκροί φιλόσοφοι αξίζει να μελετώνται προσεκτικά σήμερα και πάντα.

Η ενασχόληση με τη σκέψη του Φρέγκε θεωρείται εκ των ων ουκ άνευ στα περισσότερα τμήματα φιλοσοφίας που κινούνται εντός της αναλυτικής παράδοσης. Στη χώρα μας, απ' όσο γνωρίζω, έχουμε ήδη δύο διδακτορικές διατριβές με άξονα τον Φρέγκε (από τη Δήμητρα Χριστοπούλου και την Εύα Αγαλοπούλου), τη μετάφραση των *Θεμελιών της Αριθμητικής* από τον Γιώργο Ρουσόπουλο (εκδόσεις Νεφέλη, 2009), την μετάφραση του σημαντικού άρθρου «Σημασία και αναφορά» (Δευκαλιών 17, Μάρτιος 1977), μια παρουσίαση του Λογικισμού από τον Διονύση Αναπολιτάνο (*Εισαγωγή στη Φιλοσοφία των Μαθηματικών*, Νεφέλη 1985) και δύο πρόσφατα άρθρα από τον υπογράφωντα και τη Δήμητρα Χριστοπούλου στα περιοδικά *Νόησις* και *Νεύσις*. Ο δρόμος της πρόσληψης του Φρέγκε στην εντόπια φιλοσοφική σκέψη και της ανάδειξης του βάθους και της σημασίας του έργου του είναι ακόμα ανηφορικός. Αν επέλεγα εγώ να μεταφραζόταν στα ελληνικά ένα βιβλίο για τον Φρέγκε, αυτό δεν θα ήταν ο τόμος του Σλούγκα. Είναι ένα κείμενο που στοχεύει να σκιαγραφήσει μια συγκεκριμένη ερμηνεία για τον Φρέγκε που αντιτίθεται σε μια ολόκληρη παράδοση κατανόησης του έργου του. Κατά συνέπεια προϋποθέτει – αλλά δεν παρέχει – τη γνώση της εναλλακτικής ανάγνωσης. Δεν είναι ισορροπημένο και είναι μάλλον ελαχιστοί που θα ήσαν οι μεταφραστής του Μ. Θεοδοσίου προτάσσει στο βιβλίο μια εκτενή και καλογραμμένη εισαγωγή, η οποία προσπαθεί να διορθώσει τις ερμηνευτικές αδυναμίες και την παρωχημένη οπτική του βιβλίου.

Το κείμενο του Σλούγκα ανοίγει μια δίοδο στη γερμανική φιλοσοφία του ύστερου 19ου αιώνα και αξίζει να διαβαστεί ως τέτοιο. Μπορεί να διαβαστεί επίσης και ως μια προσπάθεια να στοχοποιηθεί η αναλυτική φιλοσοφία (βλ. την παρατήρηση του Θεοδοσίου στην σ. 9 του εισαγωγικού του σημειώματος). Οι κατέχοντες τη φρεγκεανή σκέψη μπορούν να ζήσουν με αυτά. Όσοι όμως ψάχνουν για μια ισορροπημένη και πολυπλευρή παρουσίαση του έργου του Φρέγκε μέσα από ένα εισαγωγικό κείμενο πρέπει να περιμένουν ακόμα. Μέχρι τότε αξίζει τον κόπο να ξεκινήσουν την ενασχόλησή τους με τον Φρέγκε από τα *Θεμέλια της Αριθμητικής*. ▲