

Ασκήσεις 3

Διαφορική Γεωμετρία Καμπυλών και Επιφανειών

Από τις σημειώσεις κεφάλαιο 2: 1,3,4

1. Να δείξετε ότι η συνάρτηση

$$r : (0, \infty) \times (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad r(u, v) = (u, 2u, uv^2)$$

είναι παραμέτρηση επιφανείας.

2. α) Θεωρούμε τη συνάρτηση: $f(x, y, z) = (x + y + z - 1)^2$. Για ποιές τιμές του c είναι το σύνολο

$$S = \{(x, y, z) : f(x, y, z) = c\}$$

κανονική επιφάνεια;

β) Ίδια ερώτηση για τη συνάρτηση $g(x, y, z) = xyz^2$.

3. Θεωρούμε την παραμέτρηση του παραβολοειδούς

$$r(u, v) = (u, v, u^2 + v^2)$$

α) Βρείτε το εφαπτόμενο επίπεδο στο σημείο $p = (1, 2, 5)$.

β) Βρείτε τη βάση του εφαπτόμενου χώρου στο p που αντιστοιχεί στην παραπάνω παραμέτρηση.

γ) Δείξτε ότι το διάνυσμα $w = (2, -1, 0)$ είναι εφαπτόμενο διάνυσμα στο p και γράψτε το σε γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων της βάσης που βρήκατε στο β).

δ) Βρείτε μία καμπύλη $\alpha(t)$ στο παραβολοειδές τ.ω. $\alpha(0) = p$ και $\alpha'(0) = w$.

Λύσεις στην ιστοσελίδα: <http://users.uoa.gr/ppapazog/teaching/>