

## Ερωτήσεις επανάληψης

Ποιές απ' τις ακόλουθες προτάσεις είναι αληθείς; (απαντήσεις στην ιστοσελίδα:  
<http://users.uoa.gr/~pparazog> )

### ΟΜΑΔΕΣ

1. Για κάθε  $n$  υπάρχει μη αβελιανή ομάδα τάξης  $n$ .
2. Για κάθε  $n$  υπάρχει αβελιανή ομάδα τάξης  $n$ .
3. Μία αβελιανή ομάδα μπορεί να έχει μία μη αβελιανή υποομάδα.
4. Μία μη αβελιανή ομάδα έχει πάντα τουλάχιστον μία αβελιανή υποομάδα.
5. Κάθε κυκλική ομάδα έχει τουλάχιστον μία μη τετριμμένη γνήσια υποομάδα.
6. Η συμμετρική ομάδα  $S_4$  περιέχει μία υποομάδα με 5 στοιχεία.
7. Η συμμετρική ομάδα  $S_5$  περιέχει ένα στοιχείο τάξης 6.
8. Η ομάδα  $\mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}_{15}$  περιέχει ένα στοιχείο τάξης 20.
9. Αν  $ax = xb$  σε μία ομάδα τότε  $a = b$ .
10. Η ομάδα  $U(\mathbb{Z}_7)$  είναι κυκλική και το 3 είναι ένας γεννήτορας.
11. Αν η  $N$  είναι κανονική υποομάδα μιας ομάδας  $G$  τότε αν  $n \in N$  και  $g \in G$  ισχύει  $gn = ng$ .
12. Κάθε υποομάδα μιας αβελιανής ομάδας  $G$  είναι κανονική υποομάδα της  $G$ .
13. Σε κάθε κυκλική ομάδα κάθε στοιχείο είναι γεννήτορας.
14. Η  $S_3$  είναι κυκλική ομάδα.
15. Αν  $G = \langle a \rangle$  κυκλική ομάδα τάξης 120 τότε η τάξη του  $a^{35}$  είναι 24.
16. Οι περιπτές μεταθέσεις στην  $S_7$  αποτελούν υποομάδα της  $S_7$ .
17. Αν  $a, b$  στοιχεία μιας ομάδας και  $n \in \mathbb{N}$  ισχύει  $(ab)^n = a^n b^n$ .
18. Αν  $a, b$  στοιχεία μιας αβελιανής ομάδας και  $n \in \mathbb{N}$  ισχύει  $(ab)^n = a^n b^n$ .
19. Αν  $f : G \rightarrow \mathbb{Z}_6$  επιμορφισμός τότε η  $G$  έχει ένα στοιχείο τάξης 3.
20. Υπάρχει μονομορφισμός  $f : \mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}$ .
21. Υπάρχει επιμορφισμός  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_5$ .
22. Ένας 7-κύκλος είναι άρτια μετάθεση.
23. Η ομάδα  $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_4$  είναι κυκλική.
24. Η ομάδα  $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_6$  είναι κυκλική.
25. Μία κυκλική ομάδα είναι αβελιανή.