

ΔΑΚΤΥΛΙΟΙ-ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ, Ερωτήσεις επανάληψης

Ποιές απ' τις ακόλουθες προτάσεις είναι αληθής; (απαντήσεις στην ιστοσελίδα: <http://www.math.uoa.gr/~panos>)

1. Κάθε μη μηδενικό στοιχείο του \mathbb{Z}_n είναι αντιστρέψιμο η μηδενοδιαίρετης.
2. Ο δακτύλιος \mathbb{Z}_{15} είναι σώμα.
3. Αν οι δακτύλιοι R_1, R_2 είναι ακεραίες περιοχές τότε και ο δακτύλιος $R_1 \times R_2$ είναι ακεραία περιοχή.
4. Κάθε υποδακτύλιος ενός σώματος είναι σώμα.
5. Αν ο δακτύλιος R δεν είναι ακεραία περιοχή και ο S είναι υποδακτύλιος του R τότε ο S δεν είναι ακεραία περιοχή.
6. Αν ο δακτύλιος R είναι ακεραία περιοχή και ο S είναι υποδακτύλιος του R τότε ο S είναι ακεραία περιοχή.
7. Αν ο δακτύλιος R είναι ακεραία περιοχή τότε και ο δακτύλιος των πολυωνύμων $R[x]$ είναι ακεραία περιοχή.
8. Αν ο δακτύλιος R είναι σώμα τότε και ο δακτύλιος των πολυωνύμων $R[x]$ είναι σώμα.
9. Το πολυώνυμο $x^6 + x^4 + 1$ είναι ανάγωγο στο $\mathbb{R}[x]$.
10. Το πολυώνυμο $x^3 + x^2 + 1$ είναι ανάγωγο στο $\mathbb{Z}_2[x]$.
11. Το πολυώνυμο $x^3 + x^2 + 1$ είναι ανάγωγο στο $\mathbb{Z}_3[x]$.
12. Το πολυώνυμο $x^5 - 3x^3 + 2x^2 + 5x + 2$ δεν έχει ρίζες στο \mathbb{Q} .
13. Το πολυώνυμο $x + 2$ διαιρεί το πολυώνυμο $(x + 1)^{2004} + 5x^9 - 7x^6 + 4x^3 + 2x + 1$ στο $\mathbb{Z}_3[x]$.
14. Αν τα στοιχεία a, b δεν είναι μηδενοδιαίρετες τότε και το ab δεν είναι μηδενοδιαίρετης.
15. Ο δακτύλιος πηλίκου $\mathbb{R}[x] / \langle x^2 + 1 \rangle$ είναι ακεραία περιοχή.
16. Το \mathbb{Q} είναι ιδεώδες του \mathbb{R} .
17. Αν ο δακτύλιος R είναι ακεραία περιοχή και I είναι ιδεώδες του R τότε ο δακτύλιος πηλίκου R/I είναι ακεραία περιοχή.