Ασκήσεις 2.4

Άσκηση 2

a. $(x^2-7)=(x-\sqrt{7})(x+\sqrt{7})$ άρα το (x^2-7) δεν είναι ανάγωγο στο $\mathbb{R}[x]$.

b. Το (x^2-7) δεν έχει ρίζες στο $\mathbb{Q}$ άρα (πρόταση 2.4.5) είναι ανάγωγο στο $\mathbb{Q}[x]$.

c. $(x^2-7)=(x-\sqrt{7})(x+\sqrt{7})$ άρα το (x^2-7) δεν είναι ανάγωγο στο $\mathbb{C}[x]$.

d. Δοκιμάζοντας βλέπουμε ότι $4^3-9=55=0$ στο $\mathbb{Z}_{11}$. Άρα το 4 είναι ρίζα του x^3-9 στο $\mathbb{Z}_{11}[x]$ και επομένως $x-4|x^3-9$ στο $\mathbb{Z}_{11}[x]$ (Θεώρημα 2.4.1). Άρα αυτό το πολυώνυμο δεν είναι ανάγωγο στο $\mathbb{Z}_{11}[x]$.

e. Αν $p(x)=2x^3+x^2+2x+2$ έχουμε: $p(0)=2, p(1)=2, p(2)=1, p(3)=1, p(4)=4$ στο $\mathbb{Z}_5$. Άρα το $p(x)$ δεν έχει ρίζες στο $\mathbb{Z}_5$, επομένως (πρόταση 2.4.5) είναι ανάγωγο στο $\mathbb{Z}_5[x]$.

Άσκηση 3

υπόδ. $f(1)=3, f(2)=4$.

Άσκηση 4

υπόδ. Θεώρημα 2.4.10

Άσκησεις 7,8: Διαβάστε την εφαρμογή 1 σελ. 120 (Εφαρμογές 2.4.6)

Άσκηση 14

υπόδ. Από το Θεώρημα 2.4.10 $1+i$ είναι επίσης ρίζα άρα το $(x-(1-i))(x-(1+i))$ διαιρεί το πολυώνυμο.