

ΟΜΑΔΕΣ-ΜΕΤΑΘΕΣΕΙΣ

1. Δίνεται η μετάθεση:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 3 & 9 & 4 & 8 & 11 & 10 & 6 & 1 & 12 & 7 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Να αναλύσετε τις μεταθέσεις σ , σ^{201} , σ^{-1} σε γινόμενο ξένων κύκλων και να υπολογίσετε την τάξη τους.

Γράψτε τη σ ως γινόμενο αντιμεταθέσεων. Είναι η σ άρτια η περιττή;

2. Βρείτε μία μετάθεση τάξης 4 στην S_7 που να μετατίθεται με την

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 5 & 2 & 4 & 3 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Βρείτε μία μετάθεση τάξης 12 στην S_7 που μετατίθεται με την σ .

3. Βρείτε μία μετάθεση τάξης 99 της S_{21} .

4. Γράψτε την μετάθεση $\sigma = (123)(345)(456)(567)(678)(789)$ της S_9 ως γινόμενο ξένων κύκλων και υπολογίστε την τάξη της. Γράψτε τη σ ως γινόμενο 2-κύκλων.

5. Να βρεθεί η μεγαλύτερη δυνατή τάξη στοιχείου της S_7 .

6. Υπάρχει κύκλος μήκους 2 της S_5 που να μετατίθεται με τον κύκλο $\sigma = (12345)$;

7. Δείξτε ότι αν $\sigma \in S_n$ μετατίθεται με όλες τις μεταθέσεις της S_n τότε $\sigma = i$.

8. Γράψτε την $\sigma = (12345)$ ως γινόμενο δύο κύκλων μήκους 3. Μπορεί να γραφεί η μετάθεση $\sigma = (12345678)$ ως γινόμενο δύο κύκλων μήκους 6;

9. Δείξτε ότι ένα στοιχείο τάξης 14 στην S_{10} είναι περιττή μετάθεση.

10. Πόσες μεταθέσεις τάξης 2 έχει η S_4 ;

11. Αν $\sigma \in S_n$ δείξτε ότι $\sigma^{n!} = i$.