

Ασκήσεις 1.2

Άσκηση 2. $p|a$ άρα $p|a^2$ και $p|b^2$. Από το λήμμα 1.2.5 $p|b$.

Άσκηση 3. Δείτε το παράδειγμα, σελ. 22.

Άσκηση 7. Έστω p πρώτος, $p|m+n \Rightarrow p|mn+n^2$. Όμως $p|mn$, άρα $p|n^2$ και $p|n$. Όμοια $p|m$. Άρα $p|\mu\kappa\delta(m, n) = 1$. Επομένως $p = 1$ και $\mu\kappa\delta(m+n, mn) = 1$.

Άσκηση 15. Δες την παρατήρηση 2, σελ. 20.

Άσκηση 20. $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + a + 1)$, άρα $a - 1 = 1$ και $a = 2$. Αν ο n δεν είναι πρώτος τότε $n = bc$ και $a^n - 1 = (a^b)^c - 1$ και $(a^b - 1)|a^n - 1$.

Άσκηση 25. Έστω $d = \mu\kappa\delta(m^2 + n^2, m + n)$. $d|m + n \Rightarrow d|(m + n)(m - n)$. $d|m^2 + n^2$ και $d|m^2 - n^2$ άρα $d|2m^2, d|2n^2$.