

Ασκήσεις 1
20 Μαρτίου 2013

Θεωρήστε με αφορμή τη δημοσίευση του Turner et al. (1998) τον ταλαντωτή χωρίς απόσβεση:

$$\ddot{x} + (\beta + \epsilon \cos t)x = 0$$

με $\beta > 0$ και $\epsilon > 0$. Προσδιορίστε τον διαδότη μίας περιόδου για δεδομένο β και ϵ , $\Phi(2\pi, \beta, \epsilon)$. Πόσο είναι η $\det(\Phi)$; Προσδιορίστε το μέτρο της μέγιστης ιδιοτιμής του Φ , g_{max} , και τον αντιστοιχούντα μέγιστο χαρακτηριστικό εκθέτη Lyapunov:

$$\lambda(\beta, \epsilon) = \frac{\log(g_{max})}{2\pi}$$

Σχεδιάστε σε ένα διάγραμμα με άξονες β και ϵ τις περιοχές ασυμπτωτικής ευστάθειας και αστάθειας του ταλαντωτή, προσδιορίζοντας με προσοχή τη διαχωριστική καμπύλη που χωρίζει τις ευσταθείς με τις ευσταθείς περιοχές. Εξετάσετε την περιοχή $0 < \epsilon < 0.1$, $0 < \beta < 5$. Οι περιοχές αστάθειας σχηματίζουν γλώσσες (λέγονται γλώσσες του Arnold) οι οποίες καταλήγουν σε κάποια σημεία στο άξονα β όταν $\epsilon \rightarrow 0$. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί οι γλώσσες αναμένετε να καταλήξουν σε αυτά τα σημεία;