

## Μη γραμμική Δυναμική

**Παράδοση (αυστηρά) Τρίτη 11 Μαΐου 2010, ώρα 3μμ. Δεν θα γίνει δεκτό τίποτε μετά από αυτή την ώρα.**

1. Θεωρήστε τον ταλαντωτή με κυβική ανάλωση

$$\ddot{x} + \epsilon \dot{x}^3 + x = 0 \quad , x(0) = 1 \quad , \quad \dot{x}(0) = 0 .$$

Η παράμετρος  $\epsilon > 0$  είναι μικρή. Υπολογίστε την τροχιά προσεγγιστικά με την μέθοδο των μέσων τιμών. Για την περίπτωση  $\epsilon = 0.1$  συγκρίνατε την προσεγγιστική διαταρακτική λύση με την λύση που προκύπτει από αριθμητική ολοκλήρωση. Συγκρίνατε τα αποτελέσματά σας για το χρονικό διάστημα  $[0, 100]$ . Υπολογίστε την χρονική εξέλιξη του λάθους.

2. Θεωρήστε τον ταλαντωτή με κυβική διόρθωση στη δύναμη επαναφοράς (εξίσωση Duffing)

$$\ddot{x} + x - \epsilon x^3 = 0 \quad , x(0) = a \quad , \quad \dot{x}(0) = 0 .$$

Η παράμετρος  $\epsilon > 0$  είναι μικρή.

α. Προσδιορίστε με χρήση κανονικής διαταρακτικής μεθοδολογίας τη λύση, δηλαδή γράψτε

$$x = x_0 + \epsilon x_1 + \epsilon^2 x_2 \dots$$

και προσδιορίστε τις  $x_0$  και  $x_1$ , δηλαδή την διόρθωση σε πρώτη τάξη.

β. Υπολογίστε τώρα την τροχιά προσεγγιστικά με την μέθοδο των μέσων τιμών, και προσδιορίστε την εξάρτηση της περιόδου της κίνησης από το πλάτος  $a$  και από το  $\epsilon$  που χαρακτηρίζει το μέγεθος της μη γραμμικότητας. Είναι τα αποτελέσματά σας λογικά;

γ. Σχεδιάστε για το χρονικό διάστημα  $[0, 20]$  για  $\epsilon = 0.1$  και  $a = 1$  την λύση από αριθμητική ολοκλήρωση, και τις δύο διαταρακτικές λύσεις.