



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής

Μη γραμμικά δυναμικά συστήματα

3 Μαΐου 2017

1 Γράψτε την αναδρομική σχέση που συνδέει τη τιμή της μεταβλητής x τη χρονική στιγμή $t = n + 1$, x_{n+1} , με τη τιμή τη χρονική στιγμή $t = n$, x_n , στην προσέγγιση Runge Kutta χρονικού βήματος $\delta = 1$ αν το x ακολουθεί το δυναμικό νόμο: $\dot{x} = a$.

2 Η απεικόνιση Poincare δυναμικού συστήματος οδηγεί στον εξής αναδρομικό νόμο εξέλιξης: $x_{n+1} = \alpha - \beta x_n$ ($x \in \mathbb{R}$). Προσδιορίστε τις τιμές των α και β για τις οποίες το σταθερό σημείο της απεικόνισης είναι ευσταθές. Ποίο είναι το σημείο αυτό;

3 Προσδιορίστε τον διαδότη που προωθεί την κατάσταση $(x, \dot{x})^T$ του δυναμικού συστήματος $\ddot{x} + 2\dot{x} + x = 0$ από τη χρονική στιγμή 0 στη χρονική στιγμή t . Να προσδιορίσετε το διαδότη γράφοντας την εξέλιξη του συστήματος για δύο κατάλληλες αρχικές συνθήκες.

4 Προσδιορίστε διαταρακτικά υπολογίζοντας και τους όρους τρίτης τάξης τη λύση της $x^2 + (3 + \varepsilon)x + 2 = 0$ που για $\varepsilon \rightarrow 0$ τείνει στο -1 .

5 Κάντε το διάγραμμα διακλάδωσης των σημείων ισορροπίας ως προς την παράμετρο r της $\dot{x} = (r - x)(x + r)$. Τι τύπος διακλάδωσης είναι αυτός;

6 Σχεδιάστε τις αναλλοίωτες διευθύνσεις και τη ροή του δυναμικού συστήματος: $\dot{x} = y, \dot{y} = -2x - 3y$.