



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής

Μη γραμμικά δυναμικά συστήματα

5 Απριλίου 2017

1 Σχεδιάστε τη ροή στο δυναμικό σύστημα $\dot{x} = (x - 1)(x - 2)$, $x \in \mathbb{R}$, σημειώνοντας τα σημεία ισορροπίας και το είδος της ισορροπίας.

2 Σχεδιάστε τη ροή στο δυναμικό σύστημα $\dot{\theta} = \sin^2(\theta/2)$, $0 \leq \theta < 2\pi$, σημειώνοντας τα σημεία ισορροπίας και το είδος της ισορροπίας.

3 Γράψτε την αναδρομική σχέση που συνδέει τη τιμή της μεταβλητής x τη χρονική στιγμή $t = n + 1$, x_{n+1} , με τη τιμή τη χρονική στιγμή $t = n$, x_n , στην προσέγγιση Runge Kutta χρονικού βήματος $\delta = 1$ αν το x ακολουθεί το δυναμικό νόμο: $\dot{x} = ax$.

4 Η απεικόνιση Poincare δυναμικού συστήματος οδηγεί στον εξής αναδρομικό νόμο εξέλιξης: $x_{n+1} = x_n^2$ ($x \in \mathbb{R}$). Προσδιορίστε τα σταθερά σημεία της απεικόνισης και το είδος ευστάθειας των. Σχεδιάστε την εξέλιξη όταν αρχικά $x = 0.5$.

5 Για τις πρώτες 2 μονάδες του χρόνου είναι $\dot{x} = 10x$ και για τις επόμενες $\dot{x} = -10x$. Αν $x(0) = 1$, πόσο είναι το $x(4)$;

6 Ένας ταλαντωτής διέπεται από την $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$. Γράψτε το διαδότη που προωθεί κατά μία μονάδα του χρόνου τη κατάσταση του ταλαντωτή (η κατάσταση του ταλαντωτή είναι η κολώνα με στοιχεία τη θέση και τη ταχύτητα του ταλαντωτή).

7 Κάντε το διάγραμμα διακλάδωσης των σημείων ισορροπίας ως προς την παράμετρο r της $\dot{x} = -x - rx/(1 + x^2)$.

8 Σχεδιάστε τις αναλλοίωτες διευθύνσεις και τη ροή του δυναμικού συστήματος: $\dot{x} = -3x + 2y$, $\dot{y} = x - 2y$.