

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής Μη Γραμμικά Δυναμικά Συστήματα Παράδοση 12 Μαΐου 2015

Θ. Αποστολάτος & Π. Ιωάννου

Άσκηση 1

Θεωρήστε το γραμμικό σύστημα με το σημείο ισορροπίας στο $(1, 1)$:

$$\dot{x} = 2(x - 1), \dot{y} = (y - 1).$$

Προσδιορίστε τις αναλλοίωτες διευθύνσεις του. Γράψτε το σύστημα στις πολικές συντεταγμένες: $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$. Γραμμικοποιήστε το πολικό σύστημα ως προς το σημείο ισορροπίας και αναλύστε το γραμμικό σύστημα που προκύπτει. Συμφωνεί η γραμμική ανάλυση του πολικού συστήματος με την γραμμική ανάλυση του αρχικού; Θεωρήστε τώρα το δυναμικό σύστημα:

$$\dot{x} = 2x, \dot{y} = y.$$

Γράψτε πάλι το σύστημα σε πολικές συντεταγμένες και προσδιορίστε τις τροχιές σε πολικές συντεταγμένες προσδιορίζοντας και σε αυτές τις συντεταγμένες τις αναλλοίωτες διευθύνσεις. Προχωρήστε σε γραμμικοποίηση στη πολική μορφή και ανάλυση του “γραμμικοποιημένου” πολικής μορφής δυναμικού συστήματος. Τι συμπεραίνετε για τη δυνατότητα γραμμικοποίησης στα σημεία ισορροπίας στις πολικές συντεταγμένες; Αν υπάρχει πρόβλημα μπορείτε να διατυπώσετε την προέλευση του προβλήματος;

Άσκηση 2

Σχεδιάστε τη ροή που προκαλείται από το ακόλουθο δυναμικό σύστημα:

$$\dot{x} = x^2 + y^2 - 1, \quad \dot{y} = x^2 - y^2.$$

Την ερχομενη Τριτη θα σας δώσω ένα 10λεπτο μινι-διαγωνισμα για να προσδιορίσω σε τι σημείο γνώσεων βρισκόμαστε και πόση πρόοδο έχουμε κάνει.