

Άσκηση 1

Έστω μια Χαμιλτονιανή $H(q, p)$. Βρείτε ένα παράδειγμα μετασχηματισμού $Q(q, p, t)$, $P(q, p, t)$ τέτοιο ώστε να μην μπορεί να υπάρξει συνάρτηση $K(Q, P, t)$ τέτοια ώστε

$$\dot{Q} = \frac{\partial K}{\partial P}, \quad \dot{P} = -\frac{\partial K}{\partial Q}.$$

Άσκηση 2

Δείξτε ότι

$$\{fg, h\} = f\{g, h\} + g\{f, h\}$$

Άσκηση 3

Δείξτε αναλυτικά την ταυτότητα Jacobi

$$\{\{f, g\}, h\} + \{\{h, f\}, g\} + \{\{g, h\}, f\} = 0$$

Άσκηση 4

Αν $F(q_1, q_2, \dots, P_1, P_2, \dots)$, δείξτε ότι ο μετασχηματισμός $(q, p) \rightarrow (Q, p)$ που κατασκευάζεται από τις $Q_i = \partial F / \partial P_i, p_i = \partial F / \partial q_i$ είναι κανονικός και οδηγεί στις κανονικές αγκύλες Poisson: $\{Q_i, Q_j\} = \{P_i, P_j\} = 0, \{Q_i, P_j\} = \delta_{ij}$. [Γενίκευση αυτού που έγινε στο μάθημα για πολλές συντεταγμένες.]