

Άσκηση 0

Εντοπίστε τις διατηρούμενες ποσότητες για ένα σωματίδιο που κινείται στο βαρυτικό δυναμικό (χωρίς να το υπολογίσετε αυτό) (α) ενός σφαιρικού φλοιού σταθερής επιφανειακής πυκνότητας, (β) ενός άπειρου επιπέδου σταθερής επιφανειακής πυκνότητας, (γ) ενός άπειρου ημιεπιπέδου σταθερής επιφανειακής πυκνότητας, (δ) ενός ευθύγραμμου σύρματος απείρου μήκους σταθερής γραμμικής πυκνότητας, (ε) ενός κυλίνδρου απείρου μήκους σταθερής επιφανειακής πυκνότητας, (στ) ενός ημιάπειρου κυλίνδρου σταθερής επιφανειακής πυκνότητας, (ζ) ενός πρίσματος (με διατομή κανονικού N -γώνου) απείρου μήκους σταθερής επιφανειακής πυκνότητας, (η) σύρματος σταθερής γραμμικής πυκνότητας που σχηματίζει ορθή κυλινδρική έλικα ακτίνας R και βήματος H .

Άσκηση 1

Δείξτε ότι $\{L_i, L_j\} = \epsilon_{ijk}L_k$ όπου L_a είναι η a -στη συνιστώσα της σροφορμής ενός σωματιδίου $\mathbf{L} \cdot \mathbf{e}_a = \epsilon_{a\beta\gamma}r_\beta p_\gamma$.

Άσκηση 2

Υπολογίστε την $\{L_a, H\}$ για τη χαμιλτονιανή ενός σωματιδίου που κινείται σε κεντρικό δυναμικό $V(r)$.

Άσκηση 3

Γράψτε τη Χαμιλτονιανή ενός σωματιδίου σε κεντρικό δυναμικό (σε σφαιρικές συντεταγμένες). Ποια η σχέση των δύο γωνιακών ορμών με το διατηρούμενο τετράγωνο της στροφορμής;

Άσκηση 4

Έστω ένα σωματίδιο μάζας m που κινείται στο βαρυτικό δυναμικό μιας σημειακής ακλόνητης μάζας M επί ενός επιπέδου. Στο μάθημα κατασκευάσαμε τη γεννήτρια συνάρτηση

$$S(r, \theta, E, L) = \int_{r_0}^r dr \sqrt{2m(E + GMm/r) - (L/r)^2} + \int_{\theta_0}^{\theta} Ld\theta$$

η οποία παραγωγιζόμενη καταλλήλως θα οδηγήσει σε καινούργιες κανονικές συντεταγμένες $Q_1, P_1 = E, Q_2, P_2 = L$, έτσι ώστε η Χαμιλτονιανή να πάρει τη μορφή $\tilde{H} = P_1$. Υπολογίστε τις εξισώσεις κίνησης για τις καινούργιες συντεταγμένες και μέσω αυτών την τροχιά του σωματιδίου $r(\theta)$. [Υπ: Η εμφάνιση ενός πολυωνύμου 2ου βαθμού κάτω από ρίζα στον υπολογισμό ενός ολοκληρώματος διευκολύνεται από την αντικατάσταση $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ και τον μετασχηματισμό $x = \frac{1}{2}[(x_1 + x_2) + (x_2 - x_1) \sin \xi]$. Ως r_0 θα μπορούσατε να θέσετε την κοντινότερη απόσταση (περιήλιο) και ως $\theta_0 = 0$.]