

### Άσκηση 1

Δείξτε (την ανολοκλήρωτη απόδειξη) ότι  $\{Q_i, Q_j\} = \{P_i, P_j\} = 0$  με βάση τον κανονικό μετασχηματισμό  $(q, p) \rightarrow (Q, p)$  που προκύπτει από τη γεννήτρια συνάρτηση  $F(q_1, q_2, \dots, P_1, P_2, \dots)$ .

### Άσκηση 2

Βρείτε τι μετασχηματισμό γεννάει η συνάρτηση  $G(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{p})$ . Για να το βρείτε δείξτε πώς δρα σε βαθμωτά μεγέθη και μετά σε διανυσματικά μεγέθη. [Σκεφθείτε στο χώρο των 3-d θέσεων και των 3-d ορμών ποια είναι τα μοναδικά ανεξάρτητα μεταξύ τους βαθμωτά μεγέθη και ποια τα ανεξάρτητα διανύσματα. Κάθε βαθμωτή συνάρτηση πρέπει να είναι συνάρτηση των 3 ανεξάρτητων βαθμωτών και κάθε διανυσματική να μπορεί να γραφεί ως γραμμικός συνδυασμός των 3 ανεξάρτητων διανυσμάτων.]

### Άσκηση 3

Βρείτε τον κανονικό μετασχηματισμό που παράγει η Χαμιλτονιανή ενός αρμονικού ταλαντωτή  $H = \frac{p^2}{2} + \omega^2 \frac{q^2}{2}$ .

### Άσκηση 4

Θέλουμε να βρούμε μια γεννήτρια συνάρτηση  $F_1(q, Q)$  η οποία να παράγει έναν κανονικό μετασχηματισμό τέτοιο ώστε η Χαμιλτονιανή ενός αρμονικού ταλαντωτή  $H = \frac{p^2}{2m} + m\omega^2 \frac{q^2}{2}$  να πάρει τη μορφή  $K(Q, P) = f(P)$ . Για το λόγο αυτό αποφασίζουμε να θέσουμε  $q = A(P) \cos(Q)$ ,  $p = B(P) \sin(Q)$  έτσι ώστε η Χαμιλτονιανή να χάσει την εξάρτησή της από το  $Q$ .