

## ΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι

## Ε΄ Σειρά Ασκήσεων

- Κατασκευάστε το διάγραμμα φάσης εκκρεμούς που αποτελείται από αβαρή ράβδο και σημειακή μάζα και δύναται να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο. [Υπόδειξη: Χρησιμοποιήστε ως μεταβλητή του προβλήματος τη γωνία  $\theta$  μεταξύ της ράβδου και της κατακόρυφου και σχεδιάστε το διάγραμμα φάσης  $\theta - d\theta/dt$ .]
- Ρίχνουμε μία χιονόμπαλα πάνω σε ένα τοίχο. Αποδείξτε ότι ενώ η ορμή της χιονόμπαλας μετά τη κρούση μεταφέρεται στη Γη, η ενέργεια της χιονόμπαλας πρέπει να μετατρέπεται σε θερμότητα.
- Επίπεδη επιφάνεια μάζας  $M$  κινείται με ταχύτητα  $V$  δια μέσου αερίου που αποτελείται από σωματίδια μάζας  $m$  τα οποία κινούνται με ταχύτητα  $v$ . Υπάρχουν  $n$  τέτοια σωματίδια ανά μονάδα όγκου. Η επιφάνεια κινείται στη διεύθυνση  $x$  η οποία είναι κάθετη στην επιφάνεια. Υποθέστε ότι  $m \ll M$  και ότι τα σωματίδια δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. (α) Εάν  $v \ll V$  ποια δύναμη ασκείται στην επιφάνεια ανά μονάδα επιφανείας; (β) Ποια δύναμη ασκείται όταν  $v \gg V$ ; (Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το γεγονός ότι η μέση ταχύτητα κατά την διεύθυνση  $x$  είναι  $v_x = v/\sqrt{3}$ .)
- Δύο σωματίδια με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα, κινούνται σε μια διάσταση υπό την επίδραση του δυναμικού αλληλεπίδρασης  $V_{\pm}(x_1, x_2) = m_1 m_2 (x_1 \pm x_2)$ , όπου  $x_1$  και  $x_2$  οι θέσεις των δύο σωματιδίων. (α) Να βρεθούν οι εξισώσεις κίνησης για τα δύο σωματίδια και στις δύο περιπτώσεις των δυναμικών (με το  $+$  ή με το  $-$ ), θεωρώντας ότι τα δύο σωματίδια είναι αρχικά ακίνητα. (β) Είναι το δυναμικό στην κάθε περίπτωση τέτοιο ώστε να ικανοποιείται ο 3ος νόμος του Νεύτωνα; (γ) Υπάρχει κάποιος συνδυασμός των ορμών που διατηρείται στις δύο περιπτώσεις; Υποθέστε για όλα τα ερωτήματα ότι όταν τα δύο σωματίδια βρεθούν στην ίδια θέση δεν συγκρούονται αλλά μπορούν να περάσουν το ένα μέσα από το άλλο.
- Ένας πύραυλος εκτοξεύει το καύσιμο του με σταθερό ρυθμό. Ποια η μάζα του πυραύλου (συμπεριλαμβανομένου και των υπαρχόντων καυσίμων) όταν η ορμή του πυραύλου είναι μέγιστη; Ποια η μάζα του πυραύλου όταν η ενέργεια είναι μέγιστη;
- Ένας κουβάς αμελητέας μάζας περιέχει νερό μάζας  $M$ . Στον κουβά ασκείται μια σταθερή δύναμη  $F$ . Κατά την κίνηση του ο κουβάς χάνει νερό με ρυθμό που είναι ανάλογος με την επιτάχυνση του κουβά δηλαδή  $dM/dt = -bx$ . (α) Να βρεθεί η μάζα του κουβά συναρτήσει του χρόνου. (β) Να βρεθεί η ταχύτητα και η θέση του κουβά. Ποια η ταχύτητα του κουβά τη στιγμή που δεν υπάρχει άλλο νερό μέσα στον κουβά; (γ) Ποια είναι η μέγιστη τιμή της κινητικής ενέργειας του κουβά; (δ) Ποια η μέγιστη τιμή της ορμής του κουβά;
- Μια κλεψύδρα τοποθετείται πάνω σε μια ζυγαριά. Ποια η ένδειξη της ζυγαριάς από τη στιγμή που αρχίζει η κλεψύδρα να «τρέχει» μέχρι να ολοκληρωθεί το άδειασμα της άμμου; Θεωρήστε ότι η άμμος «τρέχει» με σταθερό ρυθμό.