

## Αριθμητική ολοκλήρωση κίνησης πλανήτη περί τον Ήλιο

Εξισώσεις κίνησης πλανήτη περί τον ήλιο:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{GMm}{r^3} x, \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{GMm}{r^3} y, \quad \text{όπου } r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Λαμβάνουμε τέτοιες μονάδες χρόνου ώστε  $GM = 1$  και θεωρούμε αρχικές συνθήκες  $x(0) = 0.5, y(0) = 0, v_x(0) = 0, v_y = 1.63$ .

Υπολογίζουμε την τροχιά ανά χρονικά διαστήματα  $\varepsilon$  ως εξής:  $x(t + \varepsilon) = x(t) + \varepsilon v_x(t + \varepsilon/2), v_x(t + \varepsilon/2) = v_x(t - \varepsilon/2) + \varepsilon a_x(t)$ , όπου  $a_x(t)$  η επιτάχυνση στη διεύθυνση  $x$  τη χρονική στιγμή  $t$ . Η πρώτη τιμή της ταχύτητας υπολογίζεται από τις αρχικές συνθήκες ως:  $v_x(\varepsilon/2) = v_x(0) + (\varepsilon/2)a_x(0)$ . Ομοίως και για τη συντεταγμένη  $y$ . Έτσι προκύπτουν οι ακόλουθες διαδοχικές τιμές θέσης και ταχύτητας:

t	x	v <sub>x</sub>	y	v <sub>y</sub>
0	0.5000	-0.2000	0	1.6300
0.1000	0.4800	-0.5685	0.1630	1.5049
0.2000	0.4232	-0.8582	0.3135	1.2902
0.3000	0.3373	-1.0540	0.4425	1.0334
0.4000	0.2319	-1.1652	0.5458	0.7717
0.5000	0.1154	-1.2106	0.6230	0.5268
0.6000	-0.0057	-1.2087	0.6757	0.3078
0.7000	-0.1265	-1.1745	0.7065	0.1167
0.8000	-0.2440	-1.1186	0.7181	-0.0479
0.9000	-0.3558	-1.0484	0.7133	-0.1887
1.0000	-0.4607	-0.9688	0.6945	-0.3087
1.1000	-0.5576	-0.8831	0.6636	-0.4106
1.2000	-0.6459	-0.7937	0.6225	-0.4969
1.3000	-0.7252	-0.7018	0.5728	-0.5695
1.4000	-0.7954	-0.6084	0.5159	-0.6300
1.5000	-0.8563	-0.5142	0.4529	-0.6798
1.6000	-0.9077	-0.4195	0.3849	-0.7200
1.7000	-0.9496	-0.3245	0.3129	-0.7513
1.8000	-0.9821	-0.2293	0.2378	-0.7744
1.9000	-1.0050	-0.1340	0.1603	-0.7896
2.0000	-1.0184	-0.0385	0.0814	-0.7972
2.1000	-1.0223	0.0572	0.0017	-0.7974
2.2000	-1.0165	0.1531	-0.0781	-0.7900

Η τροχιά που προκύπτει έχει τη μορφή:

Όπως φαίνεται η περίοδος είναι περί της 4.2 μονάδες χρόνου και ο μεγάλος ημιάξονας έχει μήκος 0.761.

