



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής
Εξέταση στη Μηχανική Ι
16 Δεκεμβρίου 2009

Τμήμα Π. Ιωάννου & Θ. Αποστολάτου

Απαντήστε και στα 10 ισοδύναμα ερωτήματα με σαφήνεια και λιτότητα.

1. Τι διαστάσεις έχει η συνάρτηση $\delta(t)$, αν η μεταβλητή t παριστάνει χρόνο;
2. Θεωρήστε σωματίδιο στο οποίο επιδρά η χρονοεξαρτώμενη δύναμη $F(t) = F_0 T [\delta(t) - \delta(t - T)]$ το οποίο κινείται σύμφωνα με τους Αριστοτέλειους νόμους της μηχανικής. Σχεδιάστε τη θέση του σωματιδίου συναρτήσει του χρόνου αν τη χρονική στιγμή $t = -10$ βρισκόταν στη θέση $x(-10) = 0$.
3. Θεωρήστε το ίδιο σωματίδιο στο οποίο επιδρά η δύναμη $F(t) = F_0 T [\delta(t) - \delta(t - T)]$ το οποίο τώρα κινείται σύμφωνα με τους Νευτώνειους νόμους της μηχανικής. Σχεδιάστε τη θέση του σωματιδίου συναρτήσει του χρόνου αν τη χρονική στιγμή $t = -10$ βρισκόταν ακίνητο στη θέση $x(-10) = 0$.
4. Σωματίδια μάζας m_1 και m_2 κινούνται σε ένα μονοδιάστατο κόσμο. Τα σωματίδια αλληλεπιδρούν με το δυναμικό $V(x_1, x_2) = x_1 + x_2$, όπου x_1, x_2 οι θέσεις των σωματιδίων. Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια. Ικανοποιείται ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα;
5. Στο δυναμικό του προηγούμενου ερωτήματος, προσδιορίστε τον γραμμικό συνδυασμό ορμών p_1 και p_2 των σωματιδίων που διατηρείται κατά την κίνηση.
6. Σωματίδια μάζας m_1 και m_2 κινούνται χωρίς τριβές σε μια ευθεία και συνδέονται με γραμμικό ελατήριο σκληρότητας k και μηδενικού φυσικού μήκους. Στα σωματίδια ασκούνται αντίστοιχα οι εξωτερικές δυνάμεις $f \cos(\omega t)$ και $2f \cos(\omega t)$. Σε ποια τιμή της συχνότητας ω επιτυγχάνεται συντονισμός;
7. Στην περίπτωση του προηγούμενου ερωτήματος για $m_1 = m_2 = m$ όταν έχουμε συντονισμό να προσδιοριστεί η θέση των σωματιδίων τη χρονική στιγμή $t = \pi/(2\omega_0)$ όπου ω_0 η συχνότητα του συντονισμού, αν αρχικά και τα δύο σωματίδια βρίσκονταν ακίνητα στο $x_1(0) = x_2(0) = 0$.
8. Ηλεκτρόνιο μάζας m δέχεται ακτινοβολία συχνότητας ω και κινείται στην ευθεία σύμφωνα με τον δυναμικό νόμο: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f \cos(\omega t)/m$ όπου $\gamma > 0$ ο συντελεστής απόσβεσης. Η κίνηση του ηλεκτρονίου μετά από ικανό

χρόνο $t \gg 1/\gamma$ είναι $x(t) = \Re(R(\omega)e^{i\omega t})$ όπου \Re συμβολίζει το πραγματικό μέρος και $R(\omega)$ κάποιος μιγαδικός αριθμός. Πόση ενέργεια ανά μονάδα χρόνου απορροφάται από το ηλεκτρόνιο κατά μέσο όρο; (Θεωρήστε τη μιγαδική συνάρτηση $R(\omega)$ γνωστή και εκφράστε το αποτέλεσμα σας συναρτήσει αυτής). [Υπ: Σκεφθείτε η έκφραση $(Re^{i\omega t} + R^*e^{-i\omega t})^2$ τι μέση τιμή έχει.]

9. Σωματίδια μάζας m_1 και m_2 κινούνται σε μια ευθεία με ταχύτητες v_1, v_2 αντίστοιχα. Ποια η κινητική ενέργεια των σωματιδίων αυτών σε σύστημα αναφοράς που κινείται με ταχύτητα V ; Για ποια τιμή της V η κινητική ενέργεια των σωματιδίων γίνεται η ελάχιστη δυνατή;

10. Σωματίδια μάζας m_1 και m_2 κινούνται στην ευθεία και συγκρούονται πλαστικά. Γράψτε τον πίνακα M που μετασχηματίζει τις πριν τη κρούση ταχύτητες των σωματιδίων $[v_1, v_2]^T$ με τις μετά τη κρούση ταχύτητες $[v'_1, v'_2]^T$. Ποια η ορίζουσα του πίνακα M ; Δεδομένου ότι η τιμή της ορίζουσας μετράει το λόγο της επιφάνειας ενός χωρίου στο χώρο των ταχυτήτων, όπως αυτό μετασχηματίζεται μετά την κρούση, προς την επιφάνεια του αρχικού χωρίου, εξηγήστε το αποτέλεσμα σας.

Καλή επιτυχία