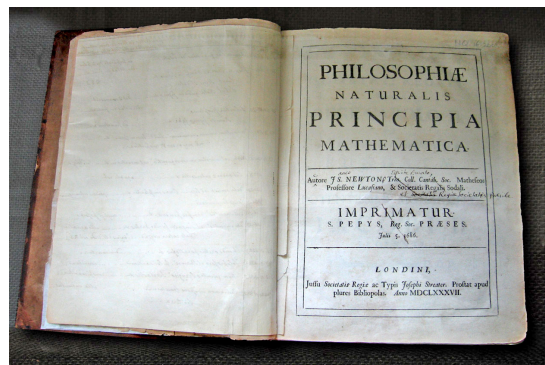


# Κεφάλαιο 1

## Οι νόμοι του Νεύτωνα

### 1 Τα πρώτα πνευματικά άλματα προς μια θεωρία Φυσικής

Τα βασικά θεμέλια της κλασσικής μηχανικής τέθηκαν για πρώτη φορά στις αρχές του 17ου αιώνα από τον Γαλιλαίο Γαλιλέι [1564/1642] και κατά τα τέλη του ίδιου αιώνα από τον Ισαάκ Νεύτωνα [1642/1727]. Ειδικότερα, η παρουσίαση της μηχανικής από τον Νεύτωνα στο έργο του *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Μαθηματικές Αρχές της Φυσικής Φιλοσοφίας) αποτελεί την πρώτη συστηματική διατύπωση των θεμελιωδών φυσικών νόμων οι οποίοι διέπουν τις κινήσεις όλων των υλικών σωμάτων.<sup>1</sup> Το έργο του Νεύτωνα είναι για τη φυσική ότι ήταν για τα μαθηματικά τα *Στοιχεία* του Ευκλείδη. Η μηχανική του Νεύτωνα σε συνδυασμό με το νόμο της παγκό-



**Σχήμα 1:** Το βιβλίο που σημάδεψε καθοριστικά τη Φυσική επιστήμη.

σμιας βαρύτητας (που διατυπώθηκε συγχρόνως από τον ίδιο) έδωσαν μια θεμελιακή εξήγηση της κίνησης των ουρανίων σωμάτων. Ο Νεύτωνας διατυπώνοντας τους νόμους της μηχανικής εγκαινιάζει συγχρόνως ένα νέο τομέα των μαθηματικών που ονομάστηκε από τον ίδιο λογισμός των ροών (fluxion), ενώ σήμερα είναι ευρύτερα γνωστός ως διαφορικός και απειροστικός λογισμός. Με αυτό τον τρόπο οικοδομείται αρχικά από τον Γαλιλαίο και αργότερα τον Νεύτωνα το πρώτο παράδειγμα φυσικής θεωρίας όπου τα μαθηματικά χρησιμοποιούνται συστηματικά για τον προσδιορισμό των φυσικών επιπτώσεων των θεμελιωδών νόμων. Η πνευματική αυτή πορεία του Γαλιλαίου και του Νεύτωνα αποτελεί πρότυπο για τη θεμελίωση της σύγχρονης θεωρητικής φυσικής.<sup>2</sup>

Μέχρι την εποχή του Γαλιλαίου κυριαρχούσε στο χώρο των επιστημών της φύσης και της φιλοσοφίας η Φυσική του Αριστοτέλη. Ο Αριστοτέλης [-384/-322] επιχείρησε για πρώτη φορά

<sup>1</sup>Με μόνη ίσως εξαίρεση τον Αρχιμήδη [-287/-212] ο οποίος, δύο περίπου χιλιετίες νωρίτερα, παρουσίασε στα έργα του *Περὶ ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν α' & β'* και *Περὶ τῶν ἐπιπλεόντων σωμάτων*, θεωρία για την ισορροπία σωμάτων και ρευστών. Οι πραγματείες αυτές θεωρούνται τα πρώτα κείμενα θεωρητικής φυσικής.

<sup>2</sup>Συνηθίζεται να τονίζεται περισσότερο η συμβολή του Νεύτωνα από εκείνη του Γαλιλαίου και πολλές φορές ο τομέας αυτός της Φυσικής αναφέρεται ως Νευτώνεια Μηχανική, όπως η Γεωμετρία αναφέρεται ως Ευκλείδεια Γεωμετρία με τη έννοια ότι επικεντρώνεται στο λογικό οικοδόμημα του Ευκλείδη και δεν αναφέρεται στις άλλες Γεωμετρίες. Μετά τις εξελίξεις της Φυσικής του 20ου αιώνα τα επιχειρήματα του Γαλιλαίου, τα οποία αναδεικνύουν τη σχέση συμμετριών και νόμων της φύσης, αποκτούν ιδιαίτερο βάρος και έχουν θεμελιακή σημασία. Αν χαρακτηρίζαμε, με τη σημερινή ορολογία, τις εργασίες του Νεύτωνα ως *Μαθηματική Φυσική*, θα αποδίδαμε κατ' αναλογία στις εργασίες του Γαλιλαίου τον χαρακτηρισμό *Θεωρητική Φυσική*.

να διατυπώσει αρχές δυναμικής που διέπουν την κίνηση των σωμάτων. Ο Αριστοτέλης ισχυριζόταν ότι για να κινείται ένα σώμα με σταθερή ταχύτητα  $u$ , θα πρέπει να ασκείται συνεχώς επάνω του μια σταθερή δύναμη  $F$ :

$$F = ku. \quad (1)$$

Ο δυναμικός αυτός νόμος, δεν εκφράζεται με μαθηματικές σχέσεις στο βιβλίο του Αριστοτέλη *Φυσικά*, παρά με προσεκτικά διατυπωμένες προτάσεις και ποσοτικά δοσμένα παραδείγματα,<sup>3</sup> τα οποία αφήνουν την υπόνοια ότι ο Αριστοτέλης, ή κάποιος μαθητής του, εκτέλεσαν σχετικά πειράματα. Η αντίληψη του Αριστοτέλη, η οποία ήταν συμβατή με την καθημερινή εμπειρία, επέφερε αλλαγές στον πρότερο τρόπο θεώρησης του κόσμου. Κατά τον Αριστοτέλη, η φυσική κατάσταση των σωμάτων, δηλαδή όταν σε αυτά δεν ασκείται δύναμη, είναι η κατάσταση ακινησίας και συνεπώς ο χώρος είναι απόλυτος (όντας συνυφασμένος με τη φυσική αυτή κατάσταση της ακινησίας).<sup>4</sup>

Η εξέχουσα αυθεντία του Αριστοτέλη στιγμάτισε την κρατούσα κοσμολογία μέχρι και το Μεσαίωνα, και τέθηκε σε ουσιαστική αμφισβήτηση από τον Γαλιλαίο, ο οποίος και συγκρούστηκε με την κυρίαρχη αυτή αντίληψη. Ο Γαλιλαίος οικοδόμησε την αντιαριστοτελική κριτική στα βιβλία του *De Motu Antiquiora* (*Παλαιότερα έργα περί της Κινήσεως*) (1590), *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, ptolemaico e copernicano* (*Διάλογοι περί των δύο κύριων κοσμοθεωριών: του Πτολεμαίου και του Κοπέρνικου*) (1632) και *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno a due nuove scienze* (*Διαλέξεις και μαθηματικές επιδείξεις σχετικές με τις δύο νέες επιστήμες*) (1638)<sup>5</sup> βασισμένος σε νοητικά πειράματα (βλ. Πλαίσιο 2) καθώς και σε απλά καθημερινά πειράματα που πραγματοποίησε με κεκλιμένα επίπεδα, από τα οποία προσπάθησε να αφαιρέσει την τριβή λειαίνοντας επιμελώς ο ίδιος τις επιφάνειες. Για την ακρίβεια, ο Γαλιλαίος παρατηρώντας ότι τα σώματα που ολισθαίνουν προς τα κάτω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο και στη συνέχεια ανέρχονται σε ένα δεύτερο κεκλιμένο επίπεδο, τείνουν να φθάσουν σε ύψος ίδιο με αυτό από το οποίο ξεκίνησαν, συμπεράνε ότι, αν το δεύτερο επίπεδο γίνει οριζόντιο, καταργώντας έτσι οποιαδήποτε δύναμη ασκείται στο σώμα κατά την ολίσθησή του πάνω

<sup>3</sup>Βλ. *Φυσικά* (μτφρ. Κ. Δ. Γεωργούλη), βιβλίο Η', 250α.

<sup>4</sup>Στο βιβλίο Δ' (215α) στο έργο του *Φυσικά* ο Αριστοτέλης επιχειρηματολογώντας κατά της έννοιας του κενού λέει: «Ωστε [ένα σώμα στο οποίο έχει πάψει να δρα πάνω του κάποια δύναμη] ή θα ευρεθεί σε ηρεμία ή αναγκαστικά η φορά του θα εξακολουθεί επ' άπειρο, εκτός αν κάτι δυνατότερο του ανακόψει το δρόμο.» Αν και η πρόταση αυτή μοιάζει να λέει ότι και ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα, στην πραγματικότητα η δεύτερη εκδοχή της πρότασης θεωρείται από τον Αριστοτέλη εντελώς παράλογη και χρησιμοποιείται για να απορρίψει την έννοια του κενού η οποία θα ήταν συμβατή με την παράλογη αυτή αέναη κίνηση.

<sup>5</sup>Ενώ το *De Motu Antiquiora* είναι γραμμένο στα Λατινικά, που ήταν η συνήθης γλώσσα επιστημονικής γραφής, στα υπόλοιπα βιβλία του ο Γαλιλαίος εγκαταλείπει τα Λατινικά και γράφει για πρώτη φορά επιστημονική πραγματεία στην κοινή Ιταλική (σε δημοτική (vulgata) δηλαδή γλώσσα), τονίζοντας με αυτό τον τρόπο ότι τα θέματα που πραγματευόταν αφορούσαν όλους και όχι μόνο τους θεολογικούς κύκλους. Οι *Διάλογοι περί των δύο κύριων κοσμοθεωριών: του Πτολεμαίου και του Κοπέρνικου* είχε τεράστια εκδοτική επιτυχία και όταν απαγορεύτηκε η κυκλοφορία του, πέντε μόλις μήνες μετά από την έκδοσή του, δεν είχε μείνει ούτε ένα αντίτυπο απούλητο. Το βιβλίο μεταφράζεται στα αγγλικά το 1661 και διαβάζεται από τον Νεύτωνα. Δεν γνωρίζουμε αν έχει μεταφραστεί μέχρι σήμερα στα Ελληνικά. Ίσως κάποιος από σας να επιχειρήσει να το μεταφράσει στα Ελληνικά. Επίσης οι *Principia* του Νεύτωνα, που γράφτηκε στα Λατινικά, δεν έχει μεταφραστεί ουδέποτε στα Ελληνικά.

σε αυτό, το σώμα θα συνεχίσει να κινείται επ' άπειρο! Προφανώς ο Γαλιλαίος αντιλήφθηκε ότι η λείανση των επιφανειών παίζει σημαντικό ρόλο στο να εξαλείψει έναν κρυφό δευτερογενή παράγοντα που αλλοιώνει πρακτικά την καθαρή συσχέτιση δύναμης (βάρους) και κίνησης.

### Πλαίσιο: 1

Τα νοητικά πειράματα, που αναφέρονται συχνά με τον αγγλικό όρο *thought experiments* ή τον γερμανικό *gedankenexperiment*, είναι υποθετικά πειράματα στα οποία διερευνώνται με λογικά επιχειρήματα οι επιπτώσεις μιας υπόθεσης ή μιας θεωρίας. Σύγχρονα γνωστά νοητικά πειράματα είναι ο δαίμονας του Maxwell, σύμφωνα με τον οποίο ένα νοήμων ον μπορεί να παραβιάσει το δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής, ή τα νοητικά πειράματα του Einstein για την έννοια του χωρόχρονου στη θεωρία της Σχετικότητας, καθώς και η γάτα του Schrödinger το οποίο αναδεικνύει τα παράδοξα στην ερμηνεία της Κβαντικής Μηχανικής. Εδώ παρουσιάζουμε ένα άλλο γνωστό νοητικό πείραμα: αυτό της ρίψης δύο σωμάτων από το πύργο της Πίζας που αναφέρεται στο βιβλίο του Γαλιλαίου *Διάλογοι περί των δύο κύριων κοσμοθεωριών*. Το πείραμα αρχίζει αφού έχουν συμφωνήσει οι δύο συνδιαλεγόμενοι (ο Salviati θιασώτης του Κοπέρνικου και ο αριστοτελικός Simplicio) ότι τα σώματα του πειράματος είναι φτιαγμένα από το ίδιο υλικό και η ταχύτητα που αποκτούν από την πτώση καθορίζεται πλήρως από τη «φύση». Εξετάζεται η αριστοτελική πρόταση ότι τα βαρύτερα σώματα πέφτουν πιο γρήγορα από τα ελαφρά.

*Salviati*: Αν τότε πάρουμε δύο σώματα που έχουν διαφορετικές φυσικές ταχύτητες, είναι προφανές ότι, δένοντάς τα, η κίνηση του ταχύτερου θα ανασχεθεί από το βραδύτερο, ενώ το βραδύτερο θα κινηθεί ταχύτερα επηρεαζόμενο από το ταχύτερο. Συμφωνείς με αυτή μου τη γνώμη;

*Simplicio*: Συμφωνώ.

*Salviati*: Μα αν τότε αυτό είναι ορθό, και υποθέσουμε για παράδειγμα ότι η μεγαλύτερη πέτρα πέφτει με ταχύτητα 8, ενώ η μικρότερη με ταχύτητα 4, τότε, όταν αυτές ενωθούν, το σύστημα των δύο πετρών θα πέφτει με ταχύτητα μικρότερη του 8, αν και το σύστημα αυτό είναι μία πέτρα η οποία είναι μεγαλύτερη και από τις δύο. Συνεπώς ένα βαρύτερο σώμα πέφτει με ταχύτητα που είναι μικρότερη από την ταχύτητα ενός ελαφρότερου σώματος, αντίθετα από την αρχική μας υπόθεση. Βλέπεις λοιπόν; Αν κάνουμε την υπόθεση ότι τα βαρύτερα σώματα πέφτουν πιο γρήγορα από τα ελαφρότερα συμπεραίνουμε τελικά ότι τα βαρύτερα πέφτουν πιο αργά από τα ελαφρότερα...

Με το νοητικό αυτό πείραμα ο Γαλιλαίος καταλήγει ότι όλα τα σώματα πέφτουν με την ίδια ταχύτητα στο πεδίο βαρύτητας της Γης. (Το πείραμα φαίνεται να αποδεικνύει, όμως, ότι τα βαρύτερα σώματα πέφτουν πιο γρήγορα όταν υπάρχει αντίσταση του αέρα. Τι πρέπει να αλλάξει στη διατύπωση των αρχών του πειράματος σε αυτή την περίπτωση;) Το νοητικό πείραμα του Γαλιλαίου είναι ιδιαίτερος σημαντικό, αποτελεί τη βάση του πειράματος του Eötvös (1889) για την αρχή της ισοδυναμίας μεταξύ της βαρυτικής μάζας (των μαζών που εμφανίζονται στο νόμο της παγκόσμιας βαρύτητας) και της αδρανειακής μάζας (της ποσότητας της ύλης που εμφανίζεται στο δεύτερο νόμο του Νεύτωνα). Τα πειράματα αυτά συνεχίζονται και η αρχή αυτή έχει επιβεβαιωθεί προς το παρόν με σχετική ακρίβεια  $10^{-17}$ .

Ουσιαστικά η παρατήρηση του Γαλιλαίου είναι ισοδύναμη με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα (που θα εξετάσουμε παρακάτω), ότι δηλαδή η φυσική κατάσταση ενός ελεύθερου σώματος είναι η κίνηση και όχι η ακινησία (όπως ισχυριζόταν ο Αριστοτέλης). Ο Γαλιλαίος προχώρησε ακόμη περισσότερο, μελετώντας την κίνηση των σωμάτων που ολισθαίνουν σε κεκλιμένα επίπεδα διατυπώνοντας το νόμο της ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης. Ως χρονόμετρο χρησιμοποίησε ευφυέστατα το βάρος του νερού που έτρεχε από μια δεξαμενή μέσα σε ένα δοχείο καθ' όλη

τη διάρκεια της κίνησης που μελετούσε.

Ο Γαλιλαίος ήταν επίσης ο πρώτος που κατέληξε στην επαναστατική διαπίστωση ότι οι φυσικοί νόμοι είναι αναλλοίωτοι όταν ιδωθούν από διαφορετικά συστήματα αναφοράς, τα οποία κινούνται το ένα σε σχέση με το άλλο με σταθερή σχετική ταχύτητα (Γαλιλαϊκή σχετικότητα). Η ανακάλυψη αυτής της νέας συμμετρίας, όπως θα δούμε, αρκεί (για να είμαστε ακριβέστεροι, σχεδόν αρκεί) για να παράγει κανείς τους γνωστούς νευτώνειους νόμους και, υπό αυτή την έννοια, μπορεί να υποστηριχθεί ότι η σημαντικότερη ανακάλυψη του Γαλιλαίου ήταν η διαπίστωση αυτής της συμμετρίας, η οποία σήμερα φέρει τον τίτλο *γαλιλαϊκή συμμετρία*. Ο Γαλιλαίος ήταν αυτός ο οποίος θεώρησε τη δύναμη ως μηχανικό αίτιο και συνειδητοποίησε ότι το πρόβλημα της κίνησης των ουρανίων σωμάτων είναι ένα μηχανικό πρόβλημα που δεν διαφέρει σε τίποτε από τα προβλήματα με τα κεκλιμένα επίπεδα που μελετούσε στο εργαστήριό του. Παρ' ότι η ακριβής σχέση μεταξύ δύναμης και κίνησης διατυπώνεται τελικά από τον Νεύτωνα, σε ολόκληρο το έργο του ο Γαλιλαίος φαίνεται να συνειδητοποιεί την ύπαρξη μιας τέτοιας σχέσης. Η σημαντική πρόοδος που επιτεύχθηκε από τον Γαλιλαίο οφείλεται επίσης στην επαναστατική καινοτομία του να θεωρεί ότι οι νόμοι της Φύσης είναι γραμμένοι στη γλώσσα των Μαθηματικών. Η ιδέα αυτή ωριμάζει και υλοποιείται ουσιαστικά στα *Principia* του Νεύτωνα. Ο Γαλιλαίος γράφει στο βιβλίο του *Il Saggiatore* (*Ο Αναλυτής*) (1623):

*Πιθανώς να νομίζει κανείς ότι η φιλοσοφία είναι ένα βιβλίο μυθιστοριογραφίας, όπως για παράδειγμα η Ιλιάδα, ή ο Μαινόμενος Ολλανδός, έργα στα οποία το ζήτημα αν όσα έχουν γραφεί είναι αληθινά είναι το λιγότερο σημαντικό απ' όλα. Όλη η φιλοσοφία είναι γραμμένη στο μεγάλο βιβλίο του Σύμπαντος, το οποίο είναι πάντοτε ανοικτό στο βλέμμα μας. Όμως το βιβλίο αυτό δεν μπορεί να γίνει κατανοητό, αν δεν μάθουμε πρώτα τη γλώσσα στην οποία είναι γραμμένο και δεν διδαχθούμε την αλφάβητο στην οποία είναι γραμμένο. Το βιβλίο αυτό είναι γραμμένο στη γλώσσα των μαθηματικών και οι χαρακτήρες του είναι τρίγωνα, κύκλοι και άλλα γεωμετρικά σχήματα, που χωρίς αυτά είναι ανθρωπίνως αδύνατο να κατανοηθεί έστω και μία λέξη· χωρίς τη γνώση αυτή περιπλανιόμαστε σε ένα σκοτεινό λαβύρινθο.*

Η αρχή ότι η φύση υπακούει σε μαθηματικές αρχές και γλώσσα οδηγεί τον Γαλιλαίο στη διαπίστωση ότι μόνο αντικειμενικές ποσότητες, όπως για παράδειγμα η συμμετρία, ο αριθμός, το σχήμα, το μέγεθος, η θέση, η κίνηση, αρκούν για τη περιγραφή του φυσικού κόσμου. Η



**Σχήμα 2:** Σύγχρονη ανακατασκευή του κεκλιμένου επιπέδου που χρησιμοποίησε ο Γαλιλαίος. Τα καμπανάκια σε συγκεκριμένες θέσεις κατά μήκος του επιπέδου ίσως να είχαν χρησιμοποιηθεί από το Γαλιλαίο προκειμένου να μετράει με τα δοχεία νερού το χρόνο.



φύση είναι κάτι πέρα από τον άνθρωπο που τη μελετά, αποκτά ανεξάρτητη υπόσταση και είναι έτοιμη να μελετηθεί αυστηρά με τη γλώσσα των μαθηματικών. Είναι ενδιαφέρον ίσως ότι ο Γαλιλαίος αρνήθηκε να υιοθετήσει την ερμηνεία ότι οι θεωρίες του για τον κόσμο δεν είναι απλώς μαθηματικές θεωρίες αλλά φυσικές θεωρίες, ότι δεν είναι μαθηματικές υποθέσεις, αλλά περιγράφουν την πραγματικότητα. Αυτή είναι η ερμηνεία που του πρότεινε η Ιερά εξέταση στη δίκη του το 1633 προκειμένου να αποφύγει την καταδίκη.<sup>6</sup>

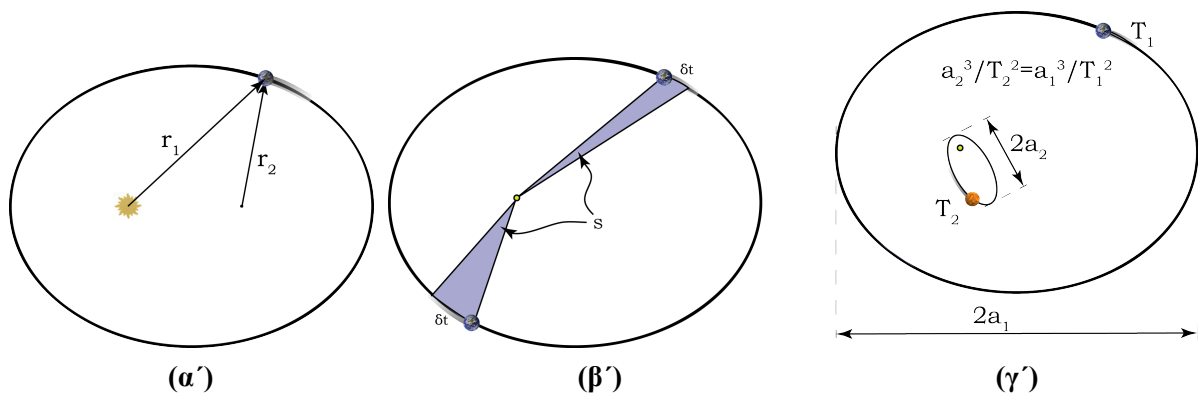
Παράλληλα με τις μελέτες του Γαλιλαίου, ο Δανός αστρονόμος Tycho Brahe (1546/1601) σχεδίασε και κατασκεύασε διάφορα αστεροσκοπεία, αρχικά στην Κοπεγχάγη και αργότερα στην Πράγα. (Το τηλεσκόπιο δεν είχε ακόμη εφευρεθεί, εφευρέθηκε από Ολλανδούς αστρονόμους το 1608 και από τον Γαλιλαίο το 1609.) Με οπτικές παρατηρήσεις ακριβείας, μέσω μεγάλων κινητών σκοπευτικών διατάξεων, ο Brahe συνέταξε αστρονομικούς πίνακες στους οποίους καθορίζονταν με μεγάλη ακρίβεια οι θέσεις των πλανητών στη διάρκεια του χρόνου. Το έργο του συνεχίστηκε από τον Γερμανό μαθητή του και εξαίρετο μαθηματικό Johannes Kepler (1571/1630). Ο Κέπλερ, επιτυγχάνοντας παρατηρήσεις ακόμη μεγαλύτερης ακρίβειας από το δάσκαλό του κατέληξε στους παρακάτω νόμους που περιγράφουν την κίνηση των πλανητών.<sup>7</sup>



**Σχήμα 3:** Οι μεγάλοι αστρονόμοι που τροφοδότησαν το Νεύτωνα με πλούσιο αστρονομικό υλικό.

<sup>6</sup> Η διάσταση μεταξύ της Εκκλησίας και του Γαλιλαίου είναι ένα περίπλοκο ζήτημα· δεν πρόκειται για την τετριμμένη αντίθεση μεταξύ του καλού και του κακού, όπως έχει αποδοθεί και έχει γίνει ευρέως αποδεκτό. Η κατηγορία εναντίον του ήταν ότι πίστευε ότι ο Ήλιος ήταν το κέντρο του κόσμου. Σημειώστε ότι την εποχή εκείνη δεν υπήρχε καμία παρατήρηση που να αποδεικνύει ότι η Γη κινείται. (Τα πειράματα παράλλαξης την εποχή εκείνη δεν υποδείκνυαν καμία κίνηση της Γης. Η πρώτη παρατήρηση για της κίνηση της Γης έγινε 200 περίπου χρόνια αργότερα, το 1838, από τον Bessel όταν μπόρεσε να μετρήσει την παράλλαξη του αστέρα 61 Cygni.) Είναι εύλογο να αναρωτηθούμε τι θα αποφάσιζε ένα σημερινό δικαστήριο αν δικάζε ένα παρόμοιο θέμα. Η διαμάχη αποδεικνύει την τραγική αδυναμία των ανθρώπων να αποδεχθούν μια πραγματικά επαναστατική αλλαγή. Η καθολική εκκλησία επανήλθε πρόσφατα στη δίκη του Γαλιλαίου. Το 1990 ο καρδινάλιος Ratzinger και μέλλον Πάπας Βενέδικτος ο 16ος σε ομιλία του στο Πανεπιστήμιο της Ρώμης υποστήριξε ότι «Η Εκκλησία την εποχή του Γαλιλαίου στάθηκε πιο κοντά στη λογική από τον ίδιο το Γαλιλαίο και έλαβε υπόψη της τις ηθικές και κοινωνικές επιπτώσεις της Γαλιλαϊκής διδασκαλίας. Η καταδίκη του Γαλιλαίου ήταν και λογική και δίκαιη και αναθεώρηση της καταδικαστικής αυτής απόφασης θα μπορούσε να γίνει μόνο για λόγους πολιτικής σκοπιμότητας.» Παρόλα αυτά το 1992 ο Πάπας Ιωάννης Παύλος ο 2ος ανέστρεψε την καταδίκη του Γαλιλαίου με το εξής σκεπτικό: «Με τη διαίσθηση ενός λαμπρού φυσικού και με διαφορετικά επιχειρήματα, ο Γαλιλαίος, ο οποίος κατ' ουσίαν εισήγαγε την πειραματική μέθοδο, κατάλαβε τον λόγο για τον οποίον ο Ήλιος μπορεί να είναι το κέντρο του κόσμου, όπως εθεωρείτο την εποχή εκείνη το κέντρο του πλανητικού συστήματος. Το λάθος των Θεολόγων της εποχής, οι οποίοι επέμεναν ότι η Γη είναι το κέντρο, ήταν βασισμένη στην αντίληψη ότι η δομή του φυσικού κόσμου, είναι με κάποιο τρόπο, αποτυπωμένη στα Ιερά Κείμενα...» (*L'Osservatore Romano* N. 44 (1264), Νοέμβριος 4. 1992). Μπορείτε να διαβάσετε μια ουσιαστική εκκλησιαστική απολογητική επί του θέματος στο βιβλίο του Langford «*Galileo, Science and the Church*», The University of Michigan Press, 1992.

<sup>7</sup> Είναι εντυπωσιακό ακόμη και σήμερα πώς μέσα από παρατηρήσεις των γωνιακών θέσεων των πλανητών και όχι της ίδιας της απόστασής τους, και μάλιστα από την κινούμενη Γη, κατάφερε ο Κέπλερ να εξακριβώσει το είδος και τα χαρακτηριστικά των τροχιών των πλανητών στο χώρο. Αξίζει να δοκιμάσει κανείς να σχεδιάσει τις



**Σχήμα 4:** Γραφική απεικόνιση των 3 νόμων του Κέπλερ

- (α) οι πλανήτες κινούνται σε ελλείψεις, τη μία από τις δύο εστίες των οποίων κατέχει ο Ήλιος (βλ. σχήμα 4(α')),
- (β) σε ίσους χρόνους η επιβατική ακτίνα που συνδέει τον Ήλιο με τον κάθε πλανήτη σαρώνει ίσα εμβαδά (βλ. σχήμα 4(β')),
- (γ) το τετράγωνο της περιόδου των πλανητών είναι ανάλογο με τον κύβο του μεγάλου ημιάξονα της ελλειπτικής τους τροχιάς, με σταθερά αναλογίας ίδια για όλους τους πλανήτες (βλ. σχήμα 4(γ')).

Ο Κέπλερ δημοσίευσε το 1609 τους δύο πρώτους νόμους του στο βιβλίο του *Nova Astronomia* (Νέα Αστρονομία), ενώ χρειάστηκε δέκα ακόμη ολόκληρα χρόνια<sup>8</sup> για να διατυπώσει, με βάση τις παρατηρήσεις του, τον 3ο νόμο του, τον οποίο παρουσίασε στο νέο του βιβλίο *Harmonices mundi* (Αρμονία του Σύμπαντος).

Ο Νεύτωνας γεννήθηκε τη χρονιά που πέθανε ο Γαλιλαίος και έζησε στα χρόνια της σαρωτικής πανούκλας, η οποία αποδεκάτισε το μισό σχεδόν πληθυσμό της Ευρώπης. Σπούδασε στο Πανεπιστήμιο του Καίμπριτζ, μελετώντας, εκτός των μαθηματικών και των φυσικών επιστημών, και θεολογία και φιλοσοφία, όπως όριζε η παράδοση της εποχής. Παρότι ο Νεύτωνας, σε ηλικία μόλις 22 περίπου ετών, είχε καταλήξει σε εξαιρετικά συμπεράσματα σχετικά με τη δύναμη της παγκόσμιας έλξης και είχε επινοήσει τον απειροστικό λογισμό, εντούτοις, απέφυγε να δημοσιεύσει τις εργασίες αυτές (κάποια λανθασμένη θεώρηση σε νεαρή ηλικία τον έκανε εξαιρετικά προσεκτικό και διστακτικό στη δημοσιοποίηση των εργασιών του στη συνέχεια). Σε ηλικία 27 ετών έγινε καθηγητής στο Πανεπιστήμιο του Καίμπριτζ, καταλαμβάνοντας τη Λουκασιανή έδρα των Μαθηματικών, μια θέση την οποία μέχρι πρόσφατα κατείχε ο παγκοσμίως φήμης βρετανός φυσικός, Stephen Hawking. Ο Νεύτωνας γνώριζε καλά τα έργα του Κέπλερ

τροχιές των πλανητών με την ακρίβεια των πλανητικών τροχιών που γνωρίζουμε σήμερα και θα διαπιστώσει πόσο δύσκολο είναι να “δει” ότι οι τροχιές αυτές είναι ελλείψεις.

<sup>8</sup>Πιθανώς αναζητώντας απεγνωσμένα κάποια συμπαντική νομοτέλεια στις κινήσεις των πλανητών.

και προσπάθησε να συσχετίσει την κίνηση των ουρανίων σωμάτων με την ελεύθερη πτώση των σωμάτων πάνω στη Γη. Η εργασία του περί παγκόσμιας έλξης έγινε γνωστή πολύ αργότερα, ύστερα από μια σχετική ερώτηση που του έθεσε ο Edmond Halley. Την εποχή εκείνη γνωστοί βρετανοί φυσικοί επιστήμονες, όπως ο Wren, ο Halley και ο Hooke, αναρωτιόντουσαν αν μια δύναμη αντιστρόφου τετραγώνου ( $F \propto 1/r^2$ ) μπορούσε να οδηγεί στους νόμους του Κέπλερ σχετικά με την κίνηση των πλανητών. Είχαν κατανοήσει ότι στην περίπτωση κυκλικών κινήσεων, η δύναμη θα έπρεπε να είναι δύναμη αντιστρόφου τετραγώνου. [Αποδείξτε το και εσείς.] Η απόδειξη του Νεύτωνα, ότι μια δύναμη αντιστρόφου τετραγώνου οδηγεί σε ελλειπτικές τροχιές –σε συμφωνία με τις παρατηρήσεις του Κέπλερ– παρουσιάστηκε το 1684 υπό μορφή πραγματείας με τίτλο *De motu corporum in gyrum* (Περί της κινήσεως των σωμάτων σε τροχιά) στη Βασιλική Ακαδημία του Λονδίνου. Το 1687 ο Νεύτωνας δημοσίευσε τελικά το μνημειώδες έργο του *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, στο οποίο διατυπώνονται οι 3 περίφημοι νόμοι της δυναμικής:

**ΠΡΩΤΟΣ ΝΟΜΟΣ:** Κάθε σώμα παραμένει στην κατάσταση ηρεμίας ή ομαλής κίνησης, στην οποία βρίσκεται αρχικά, εκτός εάν αναγκαστεί να μεταβάλει την κατάσταση αυτή εξαιτίας των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του.

**ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΝΟΜΟΣ:** Η μεταβολή της κίνησης (κάτι που ο Νεύτωνας είχε καθορίσει πρωτίτερα ως την ποσότητα της ύλης επί την ταχύτητα, αυτό δηλαδή που σήμερα αποκαλούμε ορμή) είναι ανάλογη της ασκούμενης δύναμης και συντελείται στη διεύθυνση της ευθείας κατά την οποία εφαρμόζεται αυτή η δύναμη.

**ΤΡΙΤΟΣ ΝΟΜΟΣ:** Σε κάθε δράση αντιτίθεται πάντα μια ίση αντίδραση, ή με άλλα λόγια, οι αμοιβαίες δράσεις που ασκούν δύο σώματα, το ένα στο άλλο, είναι πάντα ίσες και αντίθετες.

Ο Νεύτωνας χρησιμοποίησε τους τρεις αυτούς νόμους, μαζί με ένα σύνολο ορισμών, για να επιλύσει προβλήματα κίνησης μηχανικών συστημάτων υπό την επενέργεια συγκεκριμένων δυνάμεων. Η δομή του βιβλίου του, ακολουθώντας μια σειρά προτάσεων και πορισμάτων, θυμίζει τα *Στοιχεία* του Ευκλείδη. Είναι μάλιστα εντυπωσιακό ότι όλες οι αποδείξεις που παρουσιάζονται στο βιβλίο του Νεύτωνα είναι καθαρά γεωμετρικές, χωρίς να χρησιμοποιούνται σε αυτές καθόλου στοιχεία Ανάλυσης, σε πλήρη αντίθεση με τον τρόπο που παρουσιάζονται οι ίδιες αυτές αποδείξεις σε σύγχρονα βιβλία.

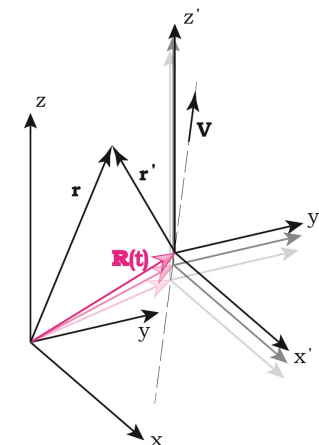
## 2 Σχόλια σχετικά με τους τρεις νόμους του Νεύτωνα

- Σε πρώτη ανάγνωση, ο πρώτος νόμος φαίνεται να πηγάζει από τον δεύτερο. Πράγματι, αρκεί να μηδενίσει κανείς τη δύναμη και αμέσως από το 2ο νόμο προκύπτει ότι η ταχύτητα του σώματος θα παραμείνει η ίδια. Προτού αναζητήσουμε τη λύση σε αυτό το αίνιγμα της φαινομε-

νικής ταύτισης των δύο νόμων στην ειδική περίπτωση απουσίας δύναμης, ας αναρωτηθούμε αν θα μπορούσαμε να μετρήσουμε την κίνηση ενός σώματος, αν δεν διαθέταμε εξ αρχής κάποιο σύστημα αναφοράς με βάση το οποίο θα παρακολουθούμε και θα περιγράφουμε την κίνηση του σώματος αυτού. Ο 1ος λοιπόν νόμος, με ομολογουμένως κάπως μυστικιστική διατύπωση, είναι ο νόμος που καθορίζει το είδος των συστημάτων αναφοράς τα οποία είναι κατάλληλα για να περιγράψουν σωστά (σύμφωνα με το 2ο νόμο) την κίνηση των σωμάτων υπό την επίδραση δοσμένων δυνάμεων.

Τα συστήματα αυτά, ως προς τα οποία τα ελεύθερα σωματίδια κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά, καλούνται *αδρανειακά συστήματα*. Αφού οι βαρυτικές δυνάμεις έχουν άπειρη εμβέλεια και η ύλη δεν έχει τρόπο να θωρακιστεί από αυτές, είναι αδύνατο θεωρητικά να κατασκευάσουμε ελεύθερα σωματίδια και μαζί με αυτά και αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Μπορούμε, όμως, με αρκετά καλή προσέγγιση να θεωρήσουμε ως αδρανειακό σύστημα ένα σύστημα το οποίο είναι ακίνητο σε σχέση με τους μακρινούς απλανείς αστέρες, όπως και κάθε άλλο σύστημα, το οποίο κινείται ευθύγραμμα και με σταθερή ταχύτητα σε σχέση με το πρώτο. Στο ερώτημα γιατί τα συστήματα αυτά είναι κατά μεγάλη προσέγγιση αδρανειακά, μπορεί κανείς να απαντήσει με το ακόλουθο επιχείρημα:

Θεωρώντας ότι όλες οι αλληλεπιδράσεις εξασθενούν με την απόσταση, ένα σώμα που βρίσκεται πολύ μακριά από κάθε ουράνιο σώμα, είναι σχεδόν ελεύθερο<sup>9</sup> και κατά συνέπεια αναμένεται να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε σχέση με τα ουράνια σώματα. Το σύστημα λοιπόν των απλανών αστερών είναι περίπου αδρανειακό. Σύμφωνα με ένα δεύτερο σύστημα (βλ. σχήμα 5), το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $\mathbf{V}$  σε σχέση με το πρώτο, το σωματίδιο βρίσκεται στη θέση  $\mathbf{r}'$  που διαφέρει από τη θέση  $\mathbf{r}$  του σωματιδίου (όπως αυτή μετριέται από το πρώτο σύστημα), κατά



**Σχήμα 5:** Συσχέτιση των παρατηρήσεων δύο συστημάτων αναφοράς.

$$\mathbf{r} - \mathbf{r}' = \mathbf{R}(t) = \mathbf{R}(0) + \mathbf{V} t \quad (2)$$

όπου  $\mathbf{R}(0)$  η αρχική (για  $t = 0$ ) απόσταση των δύο συστημάτων. Αν το σωματίδιο φαίνεται να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε σχέση με το πρώτο σύστημα ( $d\mathbf{r}/dt = \text{σταθ}$ ), είναι εύκολο να διαπιστώσετε ότι κινείται ευθύγραμμα και ομαλά και σε σχέση με το δεύτερο σύστημα ( $d\mathbf{r}'/dt = d\mathbf{r}/dt - \mathbf{V} = \text{σταθ}$ ). Επομένως και το δεύτερο σύστημα είναι αδρανειακό. Ο μετασχηματισμός αυτός που μας μετέφερε από το ένα αδρανειακό σύστημα στο άλλο ονομάζεται

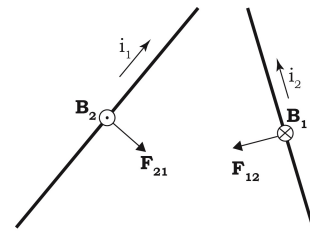
<sup>9</sup>Η παρατήρηση αυτή αν και φαίνεται ευλογοφανής, επέφερε οξεία κριτική από μεταγενέστερους του Νεύτωνα επιστήμονες και μάλιστα όχι άδικα. Στη διάλεξη τη σχετική με τις βαρυτικές δυνάμεις θα δούμε ότι οι απειροελάχιστες αυτές δυνάμεις αθροιζόμενες μπορούν να έχουν σημαντική συνεισφορά.



γαλιλαϊκός μετασχηματισμός (περισσότερα σχετικά με τον μετασχηματισμό αυτό και τη συμμετρία που κρύβεται πίσω από αυτόν θα δούμε στην 3η διάλεξη).

- Ο 2ος νόμος του Νεύτωνα δεν είναι δυνατό να εκληφθεί ως ορισμός της δύναμης. Αν ήταν τέτοιος δεν θα είχε καμία αξία ως δυναμικός νόμος για τον καθορισμό της κίνησης των σωμάτων· θα ήταν απλώς ταυτολογία. Προκειμένου να έχει πρακτική σημασία ο νόμος αυτός, θα πρέπει η δύναμη να δοθεί ανεξάρτητα. Ο Νεύτωνας αναγνωρίζοντας το γεγονός αυτό, καθόρισε στο έργο του *Principia* τη βαρυτική δύναμη που αναπτύσσεται μεταξύ δύο σημειακών μαζών, προκειμένου να προσδιορίσει την κίνηση που προκαλεί αυτή η δύναμη στις εν λόγω μάζες.

- Ο 3ος νόμος μοιάζει εκ πρώτης όψεως με μια παρατήρηση, η οποία δεν φαίνεται να έχει ουσιαστική αξία για τον καθορισμό της κίνησης των μηχανικών συστημάτων, εφόσον οι δύο αντίθετες δυνάμεις δρουν σε διαφορετικά σώματα. Ο Νεύτωνας, όμως, αντιλήφθηκε την τεράστια σημασία που είχε η εισαγωγή ενός τέτοιου νόμου προκειμένου να επεκτείνει την εφαρμογή του δυναμικού νόμου (του 2ου νόμου του) από τα σωματίδια μηδενικών διαστάσεων, στα οποία αναφέρονται ρητά οι νόμοι του, σε εκτεταμένα υλικά στερεά σώματα. Με την



**Σχήμα 6:** Φαινομενική μη ισχύς του 3ου νόμου του Νεύτωνα.

εμφάνιση ίσων και αντίθετων δυνάμεων καταργείται οποιαδήποτε δύναμη θα μπορούσαμε ενδεχομένως να αποδώσουμε σε ένα σώμα εξαιτίας του εαυτού του, επειδή αυτό απαρτίζεται από πλήθος αλληλεπιδρώντων σωματιδίων. Έτσι δεν χρειάζεται να λάβουμε υπόψη καμία ιδιοδύναμη όταν θέλουμε να μελετήσουμε την κίνηση ενός στερεού (όπως για παράδειγμα της Γης), παρά μόνο όλες τις δυνάμεις που επενεργούν στο υπό μελέτη σώμα από τα άλλα γειτονικά του σώματα. Η διατύπωση του 3ου νόμου έδωσε τη δυνατότητα στον Νεύτωνα να αποφύγει να αναφερθεί σε ορισμένο τύπο σωμάτων, όσον αφορά την εφαρμογή των άλλων δύο νόμων. Σήμερα γνωρίζουμε καλά την σπουδαιότητα αυτού του φαινομενικά διαφορετικού νόμου. Πίσω από το νόμο αυτό της συμμετρίας των δυνάμεων αλληλεπίδρασης που ασκούνται μεταξύ των μερών ενός φυσικού συστήματος κρύβεται, όπως θα δούμε εκτενέστερα σε επόμενη διάλεξη, η διατήρηση της ορμής ενός απομονωμένου συστήματος –κάτι ανάλογο δηλαδή με τη διατήρηση της ταχύτητας ενός ελεύθερου σωματιδίου–, οσοδήποτε μεγάλο και αν είναι αυτό, π.χ. ένας ολόκληρος γαλαξίας. Αν και ο 3ος νόμος του Νεύτωνα δεν ισχύει αυτολεξεί για όλα τα φυσικά συστήματα, παρά μόνο για τα μηχανικά συστήματα, εντούτοις, υπό την ευρύτερη έννοια της διατήρησης της ορμής, ο νόμος έχει καθολική εφαρμογή. Φανταστείτε για παράδειγμα δύο ευθύγραμμους ρευματοφόρους αγωγούς οι οποίοι δεν είναι παράλληλοι. Είναι εύκολο να διαπιστώσετε ότι οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ τους δεν είναι αντιπαράλληλες (βλ. σχήμα 6). Η φαινομενική αντίφαση εδώ οφείλεται στη μη αναφορά της ορμής που εμπεριέχεται στο μαγνητικό πεδίο, αφού και αυτό αποτελεί μια φυσική οντότητα που περιέχει ορμή.

- Ο 2ος νόμος του Νεύτωνα, όπως προείπαμε, αναφέρεται μόνο σε αδρανειακούς παρατηρητές, δηλαδή σε μετρητές της κίνησης των σωμάτων βάσει αδρανειακών συστημάτων αναφοράς. Οποιαδήποτε απόπειρα εφαρμογής αυτού του νόμου από μη αδρανειακούς παρατηρητές μπορεί να προκαλέσει σύγχυση. Παρά ταύτα, η Γη, η εξέδρα όλων των γήινων πειραμάτων αλλά και της μελέτης των φυσικών φαινομένων που συμβαίνουν πάνω σε αυτή, συνηθίζουμε να την χρησιμοποιούμε ως βολικό σύστημα αναφοράς, αν και τυγχάνει να είναι περιστρεφόμενη και επομένως μη αδρανειακή. Φροντίζουμε, όμως, όταν η χρήση ενός τέτοιου συστήματος πρόκειται να επιφέρει σημαντικές διορθώσεις στους υπολογισμούς μας, να επινοούμε τεχνητές δυνάμεις ή ψευδοδυνάμεις (όπως για παράδειγμα η φυγόκεντρος δύναμη) που μοναδικό στόχο έχουν να κάνουν το μη αδρανειακό σύστημα να “λειτουργεί” ως αδρανειακό, ώστε να μπορεί τελικά κανείς να χρησιμοποιεί το δυναμικό νόμο του Νεύτωνα για τη διερεύνηση της κίνησης των σωμάτων ακόμη και σε μη αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Για παράδειγμα, αν το τονούμενο σύστημα που συναντήσαμε παραπάνω κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $\mathbf{a}$  ως προς το άτονο αδρανειακό σύστημα, δηλαδή  $\mathbf{R}(t) = \mathbf{R}(0) + \mathbf{V}t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$ , θα έχουμε ότι

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}'}{dt^2} = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} - m\mathbf{a} = \mathbf{F} - m\mathbf{a} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{\text{ψευδ}} . \quad (3)$$

Ο 2ος νόμος του Νεύτωνα λοιπόν παίρνει τη γνώριμη μορφή του, ακόμη και σε ένα μη αδρανειακό σύστημα, με την πρόσθεση μιας ψευδοδύναμης, της  $-m\mathbf{a}$ . Η χαρακτηριστική μάλιστα γραμμική εξάρτηση όλων των μη αδρανειακών δυνάμεων από τη μάζα του σώματος, γεννά υποψίες για το κατά πόσο η βαρύτητα είναι και αυτή μια τέτοιου είδους δύναμη.<sup>10</sup>

- Η διατύπωση του 2ου νόμου του Νεύτωνα υπαγορεύει μια διανυσματική σχέση. Από τη στιγμή που η αλλαγή της ποσότητας κίνησης ενός σωματιδίου συμβαίνει στη διεύθυνση που ασκείται η δύναμη, δεν μπορεί παρά και η δύναμη να είναι διάνυσμα. Περισσότερα για το τι είναι ένα διάνυσμα θα δούμε στο Κεφάλαιο 7. Προς το παρόν θα πρέπει να προσθέσουμε και κάτι το οποίο δεν απορρέει άμεσα από τους νόμους του Νεύτωνα και το οποίο ο Νεύτωνας φροντίζει να το διευκρινίσει. Όταν σε ένα σωματίδιο ασκούνται δύο ή περισσότερες δυνάμεις, μπορούμε να μελετήσουμε ανεξάρτητα τις αλλαγές στην κίνηση του σωματιδίου που θα προκαλούσε καθεμία από αυτές τις δυνάμεις από μόνη της και στη συνέχεια να υπολογίσουμε το διανυσματικό άθροισμα όλων αυτών των αλλαγών. Με άλλα λόγια ο τρόπος που προσθέτουμε τις δυνάμεις είναι ίδιος με τον τρόπο που προσθέτουμε τα διανύσματα θέσης: Ακολουθώντας τη μέθοδο του παραλληλογράμμου.<sup>11</sup>

<sup>10</sup> Αυτή υπήρξε μια από τις πιο γόνιμες σκέψεις του Einstein, η οποία τελικά τον οδήγησε στη διατύπωση της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας.

<sup>11</sup> Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονιστεί ότι ανεξάρτητα με τη διανυσματικότητα των δυνάμεων, διατυπώνεται και η γραμμικότητα της αλληλεπίδρασης των δυνάμεων ανά ζεύγη σωματιδίων. Έτσι για παράδειγμα όταν έχουμε 3 σωματίδια η δύναμη που ασκεί το 2 στο 1 δεν επηρεάζεται από την ύπαρξη του 3. Οι δυνάμεις από το 2 και από το 3 στο 1, απλώς προστίθενται. Αυτό δεν ισχύει στον μικρόκοσμο των κουάρκ, όπου οι μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις μέσα σε ένα νουκλεόνιο εξαρτώνται από τις θέσεις και των τριών και δεν δίνεται απλώς ως ο γραμμικός συνδυασμός των αλληλεπιδράσεων όλων των ζευγών.

- Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα εισάγει μια σταθερά που εξαρτάται από το σώμα και η οποία καθορίζει πόσο πολύ θα αλλάξει η κίνηση του σώματος δεδομένων των ασκούμενων δυνάμεων. Μετράει δηλαδή την «απροθυμία» μεταβολής της κίνησης του σώματος – αυτό δηλαδή που έχουμε μάθει να ονομάζουμε αδράνεια. Ο Νεύτωνας διαπίστωσε ότι η σταθερά αυτή σχετίζεται με την ποσότητα ύλης του σώματος, πρόκειται δηλαδή γι' αυτό που αποκαλούμε μάζα του σώματος. Η έννοια της μάζας ενός σώματος, την οποία πρώτος ο Νεύτωνας χρησιμοποίησε με την παραπάνω σημασία, αποτελεί μια από τις λαμπρότερες συνεισφορές του στην Επιστήμη. Αν και καταρχήν θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε το δεύτερο νόμο για τον καθορισμό της μάζας ενός σώματος (γνώση της δύναμης και μέτρηση της επιτάχυνσης οδηγεί στον καθορισμό της μάζας), πρακτικά κάτι τέτοιο θα ήταν δύσκολο να επιτευχθεί. Εξάλλου ποιος μας διαβεβαιώνει ότι η εκάστοτε ασκούμενη δύναμη σε ένα σώμα δεν εξαρτάται και αυτή από τη μάζα του σώματος, όπως για παράδειγμα η βαρυτική δύναμη; Ο τρίτος όμως νόμος σε συνδυασμό με το δεύτερο θα μας έλυνε τα χέρια όσον αφορά στον προσδιορισμό της μάζας των σωμάτων. Αν για παράδειγμα αφήσουμε δύο σώματα να αλληλεπιδράσουν μεταξύ τους (συνδέοντάς τα π.χ. με ένα ελατήριο) και έχοντας απομονώσει αυτά από οποιαδήποτε άλλη δύναμη, τα σώματα θα κινηθούν σε αντίθετες κατευθύνσεις σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} F_{2 \rightarrow 1} &= m_1 \ddot{x}_1 \\ F_{1 \rightarrow 2} &= m_2 \ddot{x}_2 \end{aligned} \quad (4)$$

όπου  $F_{i \rightarrow j}$  είναι η δύναμη που ασκείται από το  $i$ -στό σώμα στο  $j$ -στό σώμα (για ευκολία εδώ θεωρήσαμε ότι οι κινήσεις και οι δυνάμεις συμβαίνουν πάνω στην ευθεία που συνδέει τα δύο σώματα). Λόγω του ότι  $F_{2 \rightarrow 1} = -F_{1 \rightarrow 2}$ , θα πρέπει

$$\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_2} = -\frac{m_2}{m_1}. \quad (5)$$

Αν επιπλέον έχουμε φροντίσει τα σώματα να ξεκινήσουν από κάποια αρχικά σημεία, με αρχική ταχύτητα μηδέν, ο λόγος των μετατοπίσεων από τις αρχικές τους θέσεις θα είναι αντιστρόφως ανάλογος του λόγου των μαζών τους:

$$\frac{|\Delta x_1|}{|\Delta x_2|} = \frac{m_2}{m_1}. \quad (6)$$

Θεωρώντας λοιπόν τη μάζα του ενός σώματος ως πρότυπη μάζα (ίση με 1), μπορούμε να καθορίσουμε τη μάζα οιοδήποτε άλλου σώματος, και μάλιστα χωρίς να χρειάζεται να γνωρίζουμε ποια ακριβώς είναι η δύναμη αλληλεπίδρασης! Μπορούμε ακόμη και να αλλάζουμε τη δύναμη αυθαίρετα από πείραμα σε πείραμα (αλλάζοντας π.χ. το ελατήριο) χωρίς να αλλοιώνουμε τη μετρητική αξία καθορισμού της μάζας οιοδήποτε σώματος.

## Βασικές Έννοιες Κεφαλαίου 1

- Μια από τις βασικότερες συμβολές του Γαλιλαίου ήταν, εκτός από την εισαγωγή της πειραματικής μεθόδου, η πρόταση ότι η Φυσική είναι γραμμένη στη γλώσσα των Μαθηματικών.
- Αδρανειακά συστήματα: Τα συστήματα ως προς τα οποία τα ελεύθερα σωματίδια κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά. Κάθε σύστημα που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά ως προς ένα αδρανειακό σύστημα είναι αδρανειακό.
- Ψευδοδυνάμεις: Δυνάμεις τις οποίες πρέπει να προσθέσουμε στις πραγματικές δυνάμεις προκειμένου να εξακολουθήσει ο δυναμικός νόμος του Νεύτωνα να ισχύει και σε μη αδρανειακά συστήματα. Οι δυνάμεις αυτές έχουν τη μορφή

$$\mathbf{F} = -m\mathbf{a}_{\text{ΜΑΣ}}$$

όπου  $\mathbf{a}_{\text{ΜΑΣ}}$  η επιτάχυνση του μη αδρανειακού συστήματος ως προς κάποιο αδρανειακό.

- Γαλιλαϊκή Συμμετρία: Η αναλλοiotτητα των φυσικών νόμων σε αλλαγή αδρανειακού συστήματος αναφοράς.
- Ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα οδηγεί σε μηδενισμό της συνολικής δύναμης ενός απομονωμένου συστήματος σωματιδίων ή ενός απομονωμένου σώματος μη μηδενικών διαστάσεων.
- Οι νόμοι του Κέπλερ είναι παρατηρησιακοί νόμοι και αφορούν ένα συγκεκριμένο φυσικό σύστημα, σε αντιδιαστολή με τους νόμους του Νεύτωνα που είναι θεμελιακοί (τουλάχιστον για τη νευτώνεια μηχανική) και διέπουν τις κινήσεις όλων των σωμάτων.