



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής

Ανάλυση I

2 Νοεμβρίου 2012

Τμήμα Θ. Αποστολάτου & Π. Ιωάννου

Προσδιορίστε αν η πρόταση του ερωτήματος είναι αληθής ή ψευδής. Αν την κρίνετε αληθή αποδείξτε την αλήθειά της, αν ψευδή δώστε ένα αντιπαράδειγμα, δηλαδή δώστε ένα παράδειγμα που ικανοποιεί την υπόθεση του ερωτήματος αλλά δεν ικανοποιεί το συμπέρασμα του ερωτήματος.

1. Εάν $\alpha_n \rightarrow \alpha$ και $\alpha_n \rightarrow \beta$, τότε $\alpha = \beta$.
2. Εάν η ακολουθία $\alpha_n \rightarrow \alpha$ και $\beta_n \rightarrow \alpha$ και $\alpha_n \leq \gamma_n \leq \beta_n$, τότε $\gamma_n \rightarrow \alpha$.
3. Εάν η ακολουθία $\alpha_{n+1} - \alpha_n$ ταλαντώνεται πεπερασμένα, τότε και η α_n ταλαντώνεται.
(Μία ακολουθία λέγεται ότι ταλαντώνεται όταν δεν τείνει σε κάποιο όριο, ούτε τείνει στο $-\infty$ ή στο ∞ . Εάν η ακολουθία ταλαντώνεται και είναι φραγμένη, τότε ταλαντώνεται πεπερασμένα. Εάν η ακολουθία ταλαντώνεται αλλά δεν είναι φραγμένη τότε ταλαντώνεται άπειρα.)
4. Εάν η ακολουθία $\alpha_{n+1} - \alpha_n$ ταλαντώνεται άπειρα, τότε και η α_n ταλαντώνεται.
5. Εάν για οποιοδήποτε K (οσοδήποτε μεγάλο) υπάρχει N έτσι ώστε $\alpha_N > K$, τότε $\alpha_n \rightarrow \infty$.
6. Εάν $\alpha_n > \beta$ και $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = \alpha$, τότε $\alpha > \beta$.