



## ΤΕΙ ΙΟΝΙΩΝ ΝΗΣΩΝ

Τμήμα Τεχνολόγων Περιβάλλοντος  
Κατεύθυνση Τεχνολογιών Φυσικού Περιβάλλοντος

### ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 3

Ιξώδες - Διατμητικές Τάσεις - Αριθμός Reynolds

Διδάσκων

Δρ. Παντελής Σ. Αποστολόπουλος (Επίκουρος Καθηγητής)



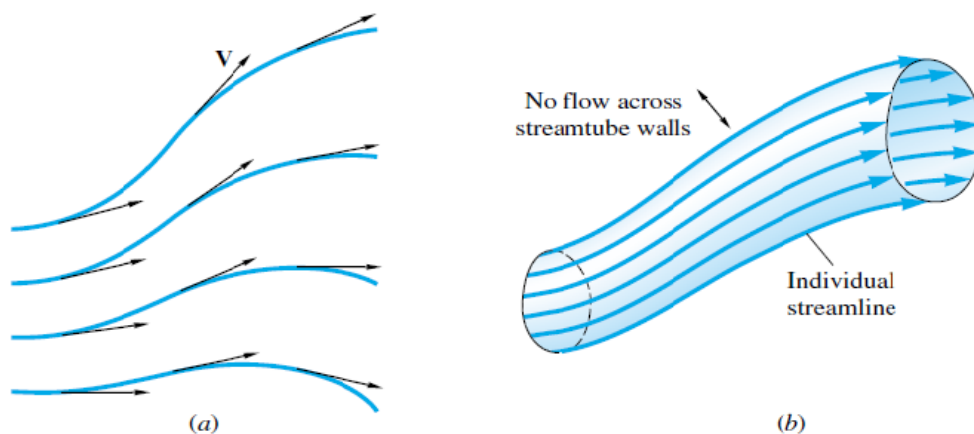


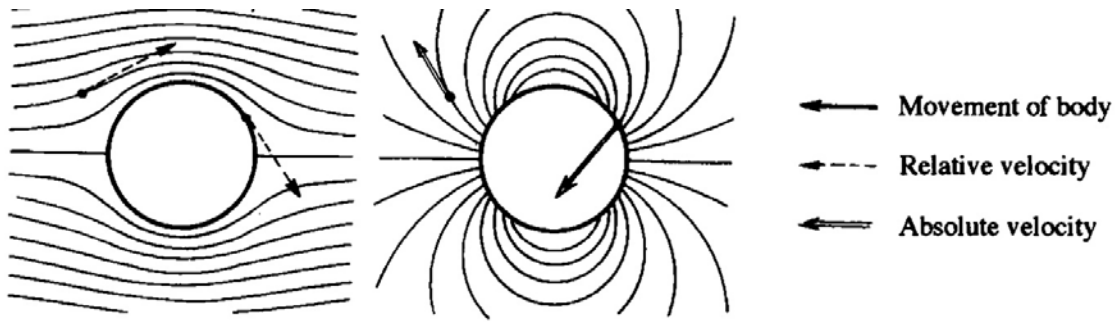
## ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Το **ιξώδες (viscosity)** είναι ίσως η πιο χαρακτηριστική ιδιότητα ρεολογικής συμπεριφοράς ενός ρευστού (υγρού, αερίου) ή ημίρρευστου υλικού. Ουσιαστικά αντιπροσωπεύει την αντίσταση των ρευστών στη ροή, αποτελεί, δηλαδή, το μέγεθος της εσωτερικής τριβής των μορίων των ρευστών. Το ιξώδες  $\mu$  συνήθως χαρακτηρίζεται ως μέγεθος αντίστροφο του ποιοτικού μεγέθους της ρευστότητας ( $\mu=1/\gamma$ ) παρόμοια όπως και η αντίσταση ενός αγωγού  $R$  είναι αντιστρόφως ανάλογη της αγωγιμότητας  $G$ .

Τα ρευστά διακρίνονται σε **στάσιμα (steady)** και **χρονομεταβαλλόμενα (unsteady)**. Στα στάσιμα ρευστά τα φυσικά μεγέθη που τα περιγράφουν όπως πίεση, πυκνότητα, ταχύτητα είναι χρονοανεξάρτητα και λαμβάνουν συγκεκριμένη τιμή σε ένα μεγάλο χρονικό εύρος.

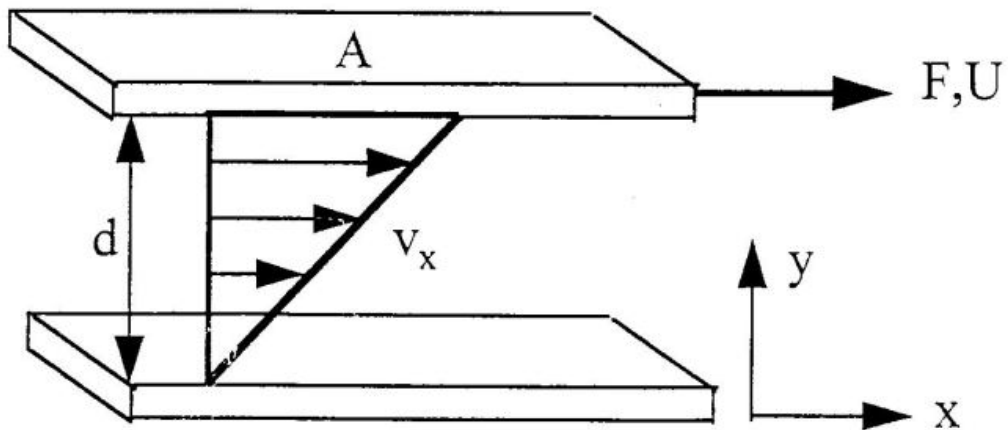
**Ρευματικές καμπύλες (streamlines)** του ρευστού καλούνται οι καμπύλες στις οποίες το διάνυσμα της ταχύτητας του ρευστού είναι πάντοτε εφαπτόμενο. Αν ο παρατηρητής είναι ακίνητος τότε οι Ρ.Κ. καλούνται **απόλυτες** ενώ αν συνκινείται με το ρευστό καλούνται **σχετικές** (Σχήμα 1).





Σχήμα 1. Σχετικές και απόλυτες ρευματικές καμπύλες.

Έστω ένα τμήμα ρευστού (υγρού, αερίου, ημίρρευστου) ανάμεσα σε δύο παράλληλες πλάκες επιφάνειας  $A$ , που απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $d$ , η μία των οποίων είναι ακίνητη και η άλλη κινείται με σταθερή ταχύτητα  $U$ . Για την επίτευξη σταθερής ταχύτητας και με δεδομένη την ύπαρξη δυνάμεως τριβής λόγω επαφής της πλάκας με το ρευστό απαιτείται η επενέργεια σταθερής δυνάμεως  $F$ . Το ρευστό ανάμεσα στις δύο πλάκες θα κινηθεί και αυτό και μάλιστα τα ενδιάμεσα τμήματα του ρευστού θα κινηθούν με κλιμακούμενη ταχύτητα από  $u=0$  έως  $u=U$  (Σχήμα 2). Το τμήμα του ρευστού που προσφύεται στην ακίνητη πλάκα δεν θα κινηθεί, ενώ αυτό που είναι σε επαφή με την κινούμενη πλάκα θα κινηθεί με ταχύτητα  $U$  (λόγω μοριακών δυνάμεων επαφής).



Σχήμα 2. Ταχύτητες διάτμησης.

Η δύναμη  $F$  που ασκείται στη μία πλάκα για επίτευξη σταθερής ταχύτητας προς την επιφάνεια  $A$ , στην οποία επενεργεί, ονομάζεται **διατμητική τάση  $\sigma$  (shear stress)** (αφού

**ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ - ΙΣΩΔΕΣ - ΑΡΙΘΜΟΣ REYNOLDS**



είναι παράλληλη προς την επιφάνεια προκαλεί, δηλαδή, διάτμηση του υλικού) και δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma = \frac{F}{A}. \quad (1.1)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι η διατμητική τάση δεν είναι ούτε μονόμετρο ούτε διανυσματικό μέγεθος αλλά **τανυστικό (tensorial)**.

Οι **συνοριακές συνθήκες (boundary conditions)** είναι:

α. Για  $y=0$ , δηλαδή σε επαφή με την ακίνητη πλάκα το υγρό δεν κινείται δηλαδή:

$$v_x = 0 \quad (1.2)$$

β. Για  $y=d$ , δηλαδή σε επαφή με την κινούμενη πλάκα το υγρό κινείται με την ταχύτητα της πλάκας, δηλαδή:

$$v_x = U. \quad (1.3)$$

Τα ρευστά κατηγοριοποιούνται σε **Νευτωνικά** και **μη Νευτωνικά ρευστά**. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν αυτά στα οποία η διατμητική τάση  $\sigma$  είναι ανάλογη του ρυθμού διατμήσεως, δηλαδή αν διπλασιασθεί ο ρυθμός διατμήσεως, δηλαδή η ταχύτητα περιστροφής ενός κινούμενου μέρους μέσα σε ένα ρευστό, θα διπλασιαστεί αντίστοιχα και η απαιτούμενη δύναμη ή η αντιστοιχούσα διατμητική τάση. Ο συντελεστής αυτός αναλογίας ονομάζεται ιξώδες ( $\mu$ ) (viscosity) ή συντελεστής ιξώδους (viscosity coefficient) και ουσιαστικά είναι το μέτρο της αντιστάσεως ενός ρευστού στην κίνηση που του επιβάλλεται, φανερώνει δηλαδή την τάση ή τη δύναμη που απαιτείται για να υπάρξει ορισμένη μετατόπιση ή συγκεκριμένος ρυθμός διάτμησης. Αποτελεί δείκτη μέτρησης της εσωτερικής τριβής των μορίων του ρευστού ή της ικανότητάς του να αντιστέκεται στην παραμόρφωση. Επομένως ισχύει (σε **απόλυτες** τιμές):

$$\sigma = \mu \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (1.4)$$



όπου η **βαθμίδα μεταβολής** της ταχύτητας  $\frac{\partial v_x}{\partial y}$  ουσιαστικά αποτελεί ένα μέτρο της **διάτμησης ταχυτήτων (shearing velocities)** των διαφορετικών στρωμάτων του ρευστού. Στο ακόλουθο **Σχήμα 3** δίνονται οι ενδεικτικές τιμές του ιξώδους (δυναμικού) για διάφορα υλικά.

Fluid	$\mu$ , kg/(m · s) <sup>†</sup>	Ratio $\mu/\mu(\text{H}_2)$	$\rho$ , kg/m <sup>3</sup>	$\nu$ m <sup>2</sup> /s <sup>†</sup>	Ratio $\nu/\nu(\text{Hg})$
Hydrogen	8.8 E-6	1.0	0.084	1.05 E-4	920
Air	1.8 E-5	2.1	1.20	1.51 E-5	130
Gasoline	2.9 E-4	33	680	4.22 E-7	3.7
Water	1.0 E-3	114	998	1.01 E-6	8.7
Ethyl alcohol	1.2 E-3	135	789	1.52 E-6	13
Mercury	1.5 E-3	170	13,580	1.16 E-7	1.0
SAE 30 oil	0.29	33,000	891	3.25 E-4	2,850
Glycerin	1.5	170,000	1,264	1.18 E-3	10,300

**Σχήμα 3.** Ενδεικτικές τιμές του συντελεστή ιξώδους  $\mu$  και κινηματικού ιξώδους  $\nu$  για διάφορα υλικά.

Για την ταυτοποίηση της ροής ρευστών μέσα σε αγωγούς, αλλά και υπεράνω επιφανειών (οριακό στρώμα κ.α.), λαμβάνεται υπόψη η ύπαρξη 2 διαφορετικών ειδών ροής: Η **γραμμική ή στρωτή ροή (laminar flow)** όταν οι ρευματικές καμπύλες των κινούμενων σωματιδίων είναι **παράλληλες**. Στο είδος αυτό της ροής δεν υπάρχει μεγάλη ανάμιξη του υγρού κατά μήκος της ροής του. Αντίθετα κατά την **τυρβώδης ροή (turbulent flow)** οι ρευματικές καμπύλες των κινούμενων σωματιδίων δεν είναι παράλληλες αλλά διασταυρώνονται (**τύρβη**). Στο είδος αυτό υπάρχει πολύ καλή ανάμιξη του υγρού κατά μήκος της ροής του. Χαρακτηριστικό παράδειγμα γραμμικής ροής είναι η ροή ελαίου που ρέει με χαμηλή ταχύτητα ενώ τυρβώδης είναι η ροή του νερού που εξέρχεται από κρουνό βρύσης με μεγάλη ταχύτητα. Κατά τη γραμμική ροή δεν υπάρχει καλή ανάμιξη του υγρού σε όλη τη μάζα του. Επίσης η μεταφορά θερμότητας από τα στερεά είναι περιορισμένη σε σχέση με τη μεταφορά θερμότητας όταν υπάρχει τυρβώδης ροή.

Ο χαρακτηρισμός μίας ροής ως γραμμικής ή τυρβώδης γίνεται με τη βοήθεια του αδιάστατου **αριθμού Reynolds (Reynolds number ή Re)** που ορίζεται ως ακολούθως:

$$\text{Re} = \frac{\text{Αδρανειακές Δυνάμεις}}{\text{Διατμητικές τάσεις}} = \frac{\rho u d}{\mu} = \frac{u \cdot d}{\nu} \quad (1.5)$$

**ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ - ΙΞΩΔΕΣ - ΑΡΙΘΜΟΣ REYNOLDS**



όπου  $d$  η διάμετρος του αγωγού μέσα στον οποίο ρέει το ρευστό ή γενικά η διάμετρος του ρευματικού σωλήνα (m) (η οποία καλείται και **χαρακτηριστική κλίμακα** ή **characteristic scale**),  $u$  η μέση ταχύτητα του ρευστού (m/s),  $\rho$  η πυκνότητά του ( $\text{kg/m}^3$ ),  $\mu$  το δυναμικό ιξώδες του ( $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ) και  $\nu = \mu/\rho$  είναι το κινηματικό ιξώδες ( $\text{m}^2/\text{s}$ ). Από την περιγραφική μορφή της σχέσης (1.5) διαπιστώνουμε ότι:

*ο αριθμός  $Re$  είναι μικρός όταν υπερισχύουν οι διατμητικές τάσεις ενώ όταν είναι μεγάλος κυριαρχούν οι αδρανειακές δυνάμεις.*

Ουσιαστικά ο αριθμός  $Re$  είναι ένα μέτρο που υποδεικνύει πότε η ροή θα μεταβεί από τη γραμμική φάση στην τυρβώδη. Τι γίνεται όμως σε κάθε περίπτωση και πως μπορεί να ερμηνευτεί από φυσικής πλευράς;

*Αν  $Re < 10^4$  τότε η ροή θεωρείται και είναι γραμμική - στρωτή.*

Όπως καθίσταται προφανές από την έννοια του ιξώδους, η εσωτερική τριβή ενός ρευστού ουσιαστικά τείνει να επαναφέρει τα επιμέρους στρώματά του σε κατάσταση ευστάθειας δηλαδή το ρευστό τείνει να επιστρέψει στην ακινησία. *Ισοδύναμα*, η εσωτερική τριβή αντιστέκεται σε οποιαδήποτε μεταβολή της κινητικής κατάστασης των επιμέρους στρωμάτων. Επιπλέον τα σωματίδια που αποτελούν το ρευστό (και κινούνται πάνω στις ρευματικές καμπύλες), λόγω των εσωτερικών κρούσεων, να μειώνουν την ταχύτητά τους και να ακολουθούν την κατεύθυνση που τους «υπαγορεύει» η εσωτερική αλληλεπίδραση μεταξύ τους (δυνάμεις συνάφειας, Van der Waals κ.ο.κ.). Διαπιστώνουμε, μέσω της εξίσωσης (1.5), ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής δυναμικού ή κινηματικού ιξώδους τόσο μικρότερος είναι ο αριθμός Reynolds.

*Αν  $Re > 10^3 - 10^4$  τότε η ροή θεωρείται και είναι τυρβώδης*



Στην περίπτωση αυτή οι αδρανειακές δυνάμεις του ρευστού υπερισχύουν και συνακόλουθα οι διατμητικές τάσεις δεν είναι ικανές να ανακόψουν την «χαοτική» και χωρίς οργάνωση κίνηση των στρωμάτων (ή των σωματιδίων) του ρευστού. Αυτό, όπως παρατηρούμε από τη σχέση (1.5), πραγματώνεται όταν η ταχύτητα ή/και η χαρακτηριστική κλίμακα είναι αρκετά μεγάλες ή/και οι συντελεστές ιξώδους έχουν μικρή τιμή συγκριτικά με τις πρώτες.

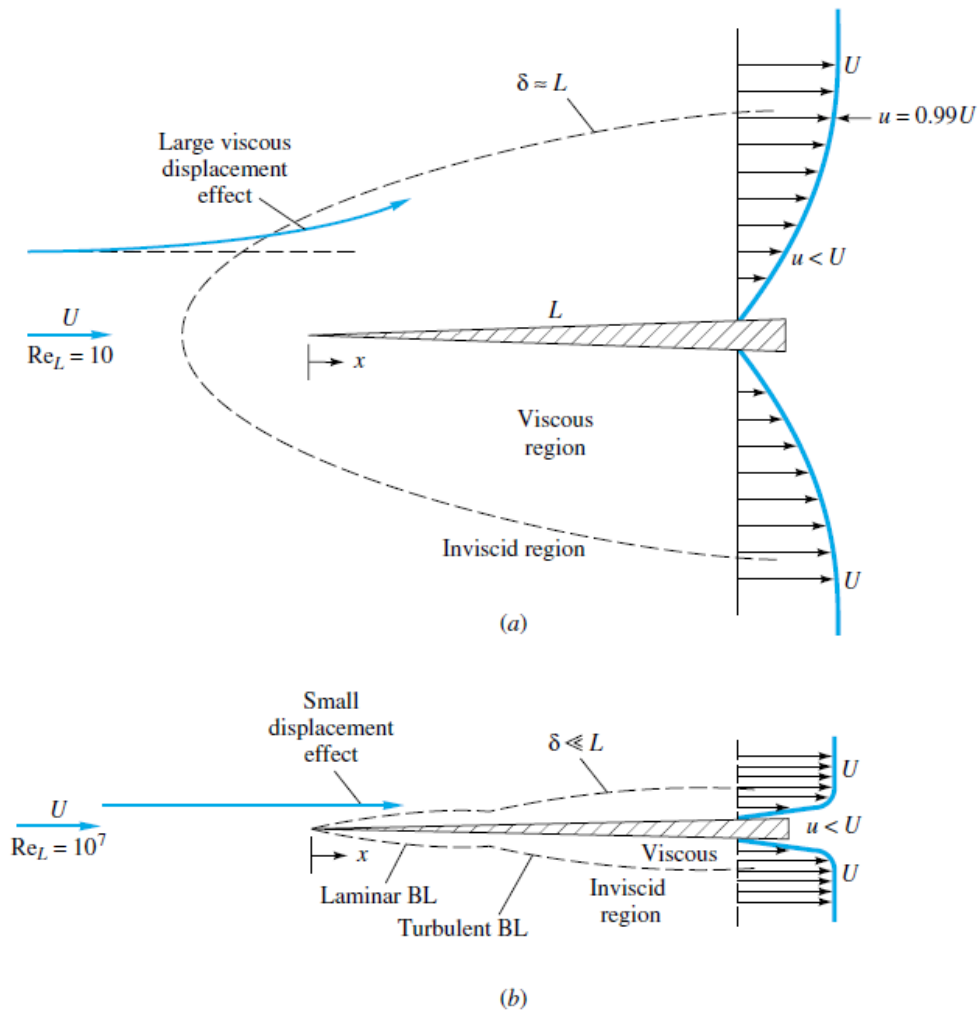
Τυπικά, τα ενδεικτικά εύρη τιμών του αριθμού  $Re$  τα οποία χαρακτηρίζουν κάθε ρευματική ροή δίνονται ακολούθως:

- $Re < 2100$  τότε η ροή του ρευστού είναι γραμμική.
- $Re > 4000$  τότε η ροή χαρακτηρίζεται ως τυρβώδης.
- Εάν  $2100 < Re < 4000$  τότε η ροή χαρακτηρίζεται μεταβατική ή ενδιάμεση.

Μία από τις σημαντικότερες θεματικές περιοχές μελέτης αποτελεί και η έννοια των **εξωτερικών ροών** γύρω από σώματα εμβαπτυσμένα σε ρευματικά τμήματα ρευστών. Τέτοιες ροές θα παρουσιάζουν διατμητικά φαινόμενα κοντά στην επιφάνεια των σωμάτων αλλά, τυπικά, θα παραμένουν χωρίς τάσεις μακριά από αυτό και οι οποίες καλούνται μη εντοπισμένες ροές **οριακού στρώματος (boundary-layer)**. Λόγω του γεγονότος ότι οι εξωτερικές ροές είναι μη περιορισμένες, επεκτείνονται ελεύθερα ανεξάρτητα από το πόσο εκτεταμένο είναι το στρώμα της διάτμησης. Η χρήση της θεωρίας των οριακών στρωμάτων μας επιτρέπει σε μία περιοχή η οποία έχει τμηματοποιηθεί από αυτά να συνδυάσουμε ομαλά (συνεχώς) και να μελετήσουμε τα φαινόμενα της περιοχής διάτμησης (μέσα από το οριακό στρώμα) με αυτά της γραμμικής περιοχής (έξω από το οριακό στρώμα). Όπως αναμένεται, ο συνδυασμός αυτός (**matching**) επιτυγχάνεται ευκολότερα όταν ο αριθμός  $Re$  είναι μεγάλος το οποίο συνεπάγεται ότι η περιοχή διάτμησης και το οριακό στρώμα βρίσκεται πάρα πολύ κοντά στην επιφάνεια (σύνορο) του σώματος.

Στο **Σχήμα 4** παρουσιάζονται συνοπτικά τα κρίσιμα φαινόμενα που εμφανίζονται κατά την εμβάπτυση μίας λεπτής και επίπεδης πλάκας μέσα σε ρευστό (αέριο) για δύο διαφορετικές τιμές του αριθμού Reynolds. Αξίζει να σημειωθεί η διαφοροποίηση του προφίλ των ταχυτήτων (velocities profile) άρα και η διάτμησή τους η οποία σχετίζεται με το «πάχος» του οριακού στρώματος (είτε γραμμικής είτε τυρβώδους ροής).





**Σχήμα 4.** Σχηματική παράσταση των οριακών στρωμάτων γύρω από μία λεπτή και επίπεδη πλάκα για 2 διαφορετικές τιμές του αριθμού  $Re$ .

Τυπικά το πάχος του οριακού στρώματος καθορίζεται ως εκείνη η απόσταση από κάθε σημείο της επιφάνειας του εμβαπτυσμένου σώματος όπου η ταχύτητα ροής (των σωματιδίων του ρευστού) είναι το 99% της ταχύτητας του επιφανειακού στρώματος του ρευστού και στο οποίο δεν παρουσιάζονται (ή δεν υπερισχύουν φαινόμενα ιξώδους.





## ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

### Άσκηση 1

Χρησιμοποιώντας διαστατική ανάλυση (με βάση το Διεθνές Σύστημα (SI) μονάδων) να προσδιορίσετε τις μονάδες μέτρησης των συντελεστών του κινηματικού και δυναμικού ιξώδους. Στη συνέχεια να αποδείξετε ότι ο αριθμός Re είναι αδιάστατη ποσότητα με βάση τη σχέση ορισμού του.

### Άσκηση 2

Θεωρήστε ότι η διάτμηση ταχυτήτων ενός ρευστού ακολουθεί τη σχέση:

$$\frac{du_x}{dy} = 2y + a$$

ενώ δίνονται οι συνοριακές συνθήκες  $u_x(y=0) = 0$  και  $u_x(y=d) = 1\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  ενώ η χαρακτηριστική κλίμακα είναι  $d=1\text{m}$ . Να προσδιορίσετε το profile ταχυτήτων των επιφανειακών στρωμάτων του ρευστού και να το αναπαραστήσετε γραφικά σε επιστημονικό λογισμικό της αρεσκείας σας.

### Άσκηση 3

Μετρήσεις του δυναμικού και κινηματικού ιξώδους του νερού (χωρίς προσμίξεις) ως συνάρτηση της θερμοκρασίας βρίσκονται στον ακόλουθο **Πίνακα1**.

Temp.[°C]	Dyn. Viscosity [mPa.s]	Kin. Viscosity [mm <sup>2</sup> /s]	Density [g/cm <sup>3</sup> ]
3	1.619	1.6191	1
4	1.5673	1.5674	1
5	1.5182	1.5182	1
6	1.4715	1.4716	0.9999
7	1.4271	1.4272	0.9999
8	1.3847	1.3849	0.9999
9	1.3444	1.3447	0.9998

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ - ΙΞΩΔΕΣ - ΑΡΙΘΜΟΣ REYNOLDS





Temp.[°C]	Dyn. Viscosity [mPa.s]	Kin. Viscosity [mm <sup>2</sup> /s]	Density [g/cm <sup>3</sup> ]
10	1.3059	1.3063	0.9997
11	1.2692	1.2696	0.9996
12	1.234	1.2347	0.9995
13	1.2005	1.2012	0.9994
14	1.1683	1.1692	0.9992
15	1.1375	1.1386	0.9991
16	1.1081	1.1092	0.9989
17	1.0798	1.0811	0.9988
18	1.0526	1.0541	0.9986
19	1.0266	1.0282	0.9984
20	1.0016	1.0034	0.9982

Πίνακας 1. Πειραματικές μετρήσεις του δυναμικού και κινηματικού ιξώδους του νερού για διάφορες θερμοκρασίες.

Με βάση τις πειραματικές μετρήσεις του ανωτέρω πίνακα:

- Να βρείτε τη συναρτησιακή συσχέτιση των συντελεστών κινηματικού και δυναμικού ιξώδους του νερού με τη θερμοκρασία. Να την αποδώσετε σε γραφήματα τα οποία θα βρίσκονται στο ίδιο σύστημα δισηρθογώνιων αξόνων.
- Να αναπαραστήσετε γραφικά τη μεταβολή του αριθμού Reynolds με την ταχύτητα του ρευστού το οποίο ρέει σε μεταλλικό σωλήνα χαρακτηριστικής κλίμακας  $d=10\text{cm}$  και να προσδιορίσετε (προσεγγιστικά) την ταχύτητα για την οποία η ροή γίνεται τυρβώδης στη θερμοκρασία των  $30\text{ }^\circ\text{C}$ .

