

ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ (Δ11)

Αξιοματικός Ορισμός της Πιθανότητας και Ιστορική Αναδρομή. Βασικές Ιδιότητες της Πιθανότητας, Ανεξαρτησία ενδεχομένων και κλάσεων ενδεχομένων, Θεώρημα του Dynkin. Λήμματα Borel-Cantelli και Νόμος 0-1 του Kolmogorov για την τελική σ -άλγεβρα ανεξάρτητης ακολουθίας ενδεχομένων.

Τυχαίες μεταβλητές και ανεξαρτησία, παραγόμενη σ -άλγεβρα, θεωρήματα επέκτασης της Ανεξαρτησίας, Νόμος 0-1 του Kolmogorov για τυχαίες μεταβλητές. Είδη συναρτήσεων κατανομής, επαγόμενος χώρος πιθανότητας, Θεώρημα Ύπαρξης του Kolmogorov, πολυδιάστατες συναρτήσεις κατανομής. Χώροι γινόμενο και σχέση αυτών με ανεξάρτητα πειράματα τύχης.

Ολοκλήρωμα Lebesgue και βασικά θεωρήματα (Μονότονης και Κυριαρχημένης Σύγκλισης, Λήμμα Fatou, Θεώρημα Beppo Levi). Μέση τιμή τυχαίας μεταβλητής ως Ολοκλήρωμα Lebesgue, και εφαρμογές: Διασπορά, ροπές ανωτέρας τάξεως. Η μέση τιμή ως ολοκλήρωμα στον επαγόμενο χώρο και σχετικές ανισότητες (Cauchy-Schwarz, Holder, Minkowski, Jensen, Lyapounov). Σύγκλιση ροπών και Ομοιόμορφη Ολοκληρωσιμότητα. Θεώρημα Tonelli-Fubini, Συνέλιξη συναρτήσεων κατανομής και πυκνοτήτων.

Τρόποι σύγκλισης ακολουθίας τυχαίων μεταβλητών (ισχυρή, κατά πιθανότητα, κατά κατανομή, στον L_p) και σχέσεις αυτών. Ασθενής και Ισχυρός Νόμος των μεγάλων αριθμών για ανεξάρτητη ακολουθία τυχαίων μεταβλητών, Μεγιστική Ανισότητα του Kolmogorov. Ισχυρός νόμος για ανεξάρτητη και ισόνομη ακολουθία με πεπερασμένη μέση τιμή. Θεώρημα εμφύτευσης του Skorohod. Θεώρημα του Slutsky.

Η Χαρακτηριστική συνάρτηση ως βασικό εργαλείο για τη μελέτη αθροισμάτων ανεξαρτήτων τυχαίων μεταβλητών. Σχέση χαρακτηριστικής συνάρτησης και ροπών. Θεωρήματα Αντιστροφής και Συνεχειάς.

Κλασικό Κεντρικό Οριακό Θεώρημα των Lindeberg-Levy για ανεξάρτητη και ισόνομη ακολουθία τυχαίων μεταβλητών και στατιστικές εφαρμογές με τη μέθοδο Delta. Κεντρικό Οριακό Θεώρημα των Lindeberg-Feller για τριγωνικές ακολουθίες τυχαίων μεταβλητών. Συνθήκη του Lindeberg, συνθήκη του Lyapounov, και μορφές αυτών για ανεξάρτητη ακολουθία τυχαίων μεταβλητών. Κεντρικό Οριακό Θεώρημα για ανεξάρτητη ακολουθία κ -διαστάτων τυχαίων διανυσμάτων.

Σχετική Βιβλιογραφία

- [1] Billingsley, P. (1986). *Probability and Measure*, Wiley, New York, 2nd ed.
- [2] Chow, Y.S., and Teicher, H. (1988). *Probability Theory: Independence, Interchangeability, Martingales*, Springer-Verlag, New York, 2nd ed.
- [3] Chung, K.L. (1974). *A course in Probability Theory*, Academic Press, New York, 2nd ed.
- [4] Feller, W. (1957). *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, vol. 1., Wiley, New York.
- [5] Feller, W. (1957). *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, vol. 2., Wiley, New York.
- [6] Παπαδάτος Ν. (2006). *Θεωρία Πιθανοτήτων*, Αθήνα.