

Θέμα 1. Βρείτε με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να μπου οι αριθμοί $1, 2, \dots, 14$ σε μία σειρά, σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

- (α) Αν το 4 πρέπει να βρίσκεται πριν το 8.
- (β) Αν το 4 πρέπει να βρίσκεται πριν το 8 και το 8 πριν το 12.
- (γ) Αν το 4 πρέπει να βρίσκεται πριν το 12 και το 8 πριν το 12.
- (δ) Αν οι 7 πρώτες θέσεις καταλαμβάνονται από άρτιους αριθμούς.
- (ε) Αν στις 3 πρώτες θέσεις δεν υπάρχουν περιττοί αριθμοί.

Θέμα 2. (α) Να υπολογιστεί το άθροισμα $\sum_{j=0}^{\nu} j^2 \binom{\nu}{j+1} 5^j$.

(β) Να βρείτε το πλήθος των μη αρνητικών ακεραίων λύσεων $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ του συστήματος εξισώσεων

$$(\Sigma): \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7, \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 11.$$

Θέμα 3. Διαθέτουμε 4 σύμβολα Α, 4 σύμβολα Β και 4 σύμβολα Γ.

- (α) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούμε να βάλουμε τα 12 αυτά σύμβολα σε μία σειρά;
- (β) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούμε να βάλουμε τα 12 αυτά σύμβολα σε μία σειρά έτσι ώστε τα 4 σύμβολα Α να είναι συνεχόμενα;
- (γ) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούμε να βάλουμε τα 12 αυτά σύμβολα σε μία σειρά έτσι ώστε να μην υπάρχουν 4 όμοια σύμβολα συνεχόμενα στη σειρά;

Θέμα 4. Έστω α_κ το πλήθος των επαναληπτικών συνδυασμών των $\nu + 1$ στοιχείων του $\Omega = \{\omega_0, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_\nu\}$ ανά κ , όπου το ω_0 επιτρέπεται να εμφανίζεται δύο ή τρεις φορές στο συνδυασμό, το ω_ν επιτρέπεται να εμφανίζεται περιττό αριθμό φορές, ενώ για τα υπόλοιπα $\nu - 1$ στοιχεία του Ω , $\omega_1, \dots, \omega_{\nu-1}$, δεν υπάρχει περιορισμός. Υπολογίστε

(α) τη συνήθη γεννήτρια, $A(t) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \alpha_\kappa t^\kappa$ και

(β) τον αριθμό α_κ .

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 2 ΩΡΕΣ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!