

**Θέμα 1.** Θεωρούμε τρεις ομάδες A, B και Γ, με 10, 5 και 10 διακεκριμένα άτομα, αντίστοιχα. Με πόσους τρόπους μπορεί να επιλεγεί μία διατεταγμένη 5-άδα ατόμων σε καθεμία από τις ακόλουθες περιπτώσεις:

(α) Αν μέσα στην επιλεγμένη 5-άδα πρέπει να υπάρχουν ακριβώς 2 άτομα από την ομάδα A;

(β) Αν μέσα στην επιλεγμένη 5-άδα πρέπει να υπάρχουν ακριβώς 2 άτομα από την ομάδα A, τα οποία δεν καταλαμβάνουν διαδοχικές θέσεις της 5-άδας.

**Θέμα 2.** Να υπολογίσετε τα αθροίσματα

$$(α) \sum_{\kappa=1}^{\nu} \kappa \binom{2\nu+1}{2\kappa}, \quad (β) \sum_{\kappa=0}^{\nu} \frac{\kappa-3}{\kappa+1} \binom{\nu}{\kappa}.$$

**Θέμα 3.** Καθένας από τους μαθητές  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{19}$  πρόκειται να εισαχθεί σε ακριβώς μία από τις σχολές  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5$ . Να υπολογίσετε με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει η εισαγωγή/επιλογή των 19 μαθητών, ώστε σε κάθε σχολή (από τις 5) να επιλεγεί τουλάχιστον ένας μαθητής.

**Θέμα 4.** Έστω  $D(\nu, \kappa)$  το πλήθος των επαναληπτικών συνδυασμών των  $2\nu$  στοιχείων του  $\Omega = \{1, 2, \dots, 2\nu\}$  ανά  $\kappa$ , όπου τα στοιχεία  $1, 2, \dots, \nu$  επιτρέπεται να εμφανίζονται το πολύ τρεις φορές το καθένα, ενώ τα στοιχεία  $\nu+1, \nu+2, \dots, 2\nu$  επιτρέπεται να εμφανίζονται 0 ή 4 φορές το καθένα. Έστω, επίσης,  $D'(\nu, \kappa)$  το πλήθος των επαναληπτικών συνδυασμών των  $\nu$  στοιχείων του  $\Omega' = \{1, 2, \dots, \nu\}$  ανά  $\kappa$ , όπου κάθε στοιχείο από τα  $1, 2, \dots, \nu$  επιτρέπεται να εμφανίζεται το πολύ 7 φορές το καθένα. Δείξτε ότι  $D(\nu, \kappa) = D'(\nu, \kappa)$ .

**ΝΑ ΓΡΑΦΟΥΝ 3 ΑΠΟ ΤΑ 4 ΘΕΜΑΤΑ ΣΕ 2 ΩΡΕΣ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!**