

Θέμα 1. Θεωρούμε τρεις ομάδες Α, Β και Γ, με 15, 10 και 5 διακεκριμένα άτομα, αντίστοιχα. Με πόσους τρόπους μπορεί να επιλεγεί μία διατεταγμένη 5-άδα ατόμων σε καθεμία από τις ακόλουθες περιπτώσεις:

(α) Αν μέσα στην επιλεγμένη 5-άδα πρέπει να υπάρχουν ακριβώς 2 άτομα από την ομάδα Α;

(β) Αν μέσα στην επιλεγμένη 5-άδα πρέπει να υπάρχουν ακριβώς 2 άτομα από την ομάδα Α, τα οποία δεν καταλαμβάνουν διαδοχικές θέσεις της 5-άδας.

Θέμα 2. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα

$$(α) \sum_{\kappa=0}^{\nu} \frac{\kappa+5}{\kappa+1} \binom{\nu}{\kappa}, \quad (β) \sum_{\kappa=1}^{\nu} \kappa \binom{2\nu}{2\kappa}.$$

Θέμα 3. Καθένας από τους μαθητές $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{15}$ πρόκειται να εισαχθεί σε ακριβώς μία από τις σχολές $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$. Να υπολογίσετε με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει η εισαγωγή/επιλογή των 15 μαθητών, ώστε σε κάθε σχολή (από τις 4) να επιλεγεί τουλάχιστον ένας μαθητής.

Θέμα 4. Έστω $D(\nu, \kappa)$ το πλήθος των επαναληπτικών συνδυασμών των 2ν στοιχείων του $\Omega = \{1, 2, \dots, 2\nu\}$ ανά κ , όπου τα στοιχεία $1, 2, \dots, \nu$ επιτρέπεται να εμφανίζονται το πολύ δύο φορές το καθένα, ενώ τα στοιχεία $\nu+1, \nu+2, \dots, 2\nu$ επιτρέπεται να εμφανίζονται 0 ή 3 φορές το καθένα. Έστω, επίσης, $D'(\nu, \kappa)$ το πλήθος των επαναληπτικών συνδυασμών των ν στοιχείων του $\Omega' = \{1, 2, \dots, \nu\}$ ανά κ , όπου κάθε στοιχείο από τα $1, 2, \dots, \nu$ επιτρέπεται να εμφανίζεται το πολύ 5 φορές το καθένα. Δείξτε ότι $D(\nu, \kappa) = D'(\nu, \kappa)$.

ΝΑ ΓΡΑΦΟΥΝ 3 ΑΠΟ ΤΑ 4 ΘΕΜΑΤΑ ΣΕ 2 ΩΡΕΣ.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!