

Θέμα 1. Θεωρούμε όλους τους επταψήφιους αριθμούς από το 1000000 ως το 5999999 (σε κάθε τέτοιον αριθμό το πρώτο ψηφίο ανήκει στο σύνολο $\{1, 2, \dots, 5\}$ και τα υπόλοιπα έξι στο σύνολο $\{0, 1, \dots, 9\}$).

- (α) Πόσοι αριθμοί από αυτούς έχουν όλα τα ψηφία τους διαφορετικά;
 (β) Πόσοι αριθμοί από αυτούς είναι περιττοί;
 (γ) Πόσοι αριθμοί από αυτούς είναι περιττοί και έχουν όλα τα ψηφία τους διαφορετικά;
 (δ) Πόσοι αριθμοί από αυτούς περιέχουν το ψηφίο 4;
 (ε) Πόσοι αριθμοί από αυτούς περιέχουν ακριβώς τρεις φορές το ψηφίο 6 και ακριβώς τρεις φορές το ψηφίο 7;

Θέμα 2. Υπολογίστε τα αθροίσματα:

$$(α) \sum_{\kappa=0}^{\nu} \kappa(\nu - \kappa) \binom{4}{\kappa} \binom{7}{\nu - \kappa}, \quad (β) \sum_{j=0}^{\nu} \binom{2\nu}{2j} 4^j 7^{2\nu-2j}.$$

Θέμα 3. (α) Να βρείτε το πλήθος των ακεραίων λύσεων της εξίσωσης

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{\nu} + x_{\nu+1} + x_{\nu+2} + \dots + x_{2\nu} = 8 + 3\nu$$

με τους περιορισμούς $x_1 \geq 3, x_2 \geq 3, \dots, x_{\nu} \geq 3, x_{\nu+1} \in \{0, 1\}, x_{\nu+2} \in \{0, 1\}, \dots, x_{2\nu} \in \{0, 1\}$.

(β) Με πόσους τρόπους μπορούμε να τοποθετήσουμε 20 όμοια σφαιρίδια στα κελιά k_1, k_2, \dots, k_8 , αν τα κελιά k_1, k_2 και k_3 έχουν χωρητικότητα 6 σφαιριδίων το καθένα ενώ τα k_4, k_5, \dots, k_8 έχουν άπειρη χωρητικότητα;

Θέμα 4. Έστω α_{κ} το πλήθος των επαναληπτικών διατάξεων των $\nu + 1$ στοιχείων του $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{\nu}, \omega_{\nu+1}\}$ ανά κ , όπου το $\omega_{\nu+1}$ επιτρέπεται να εμφανίζεται περιττό αριθμό φορές στη διάταξη (1 ή 3 ή 5 ή ...), ενώ για τα υπόλοιπα στοιχεία του Ω δεν υπάρχει περιορισμός. Υπολογίστε

(α) την εκθετική γεννήτρια,

$$E(t) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \alpha_{\kappa} \frac{t^{\kappa}}{\kappa!}, \quad \text{και}$$

(β) τον αριθμό α_{κ} .

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 2 ΩΡΕΣ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!